Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2017-2018

Cognome	Nome	Matricola	Firma

E-mail:

Problema 1. Un sottile parallelepipedo a base quadrata di lato L e spessore S è sede di una generazione termica volumetrica G, ed è investito da aria fredda a temperatura T_a e velocità v_a, parallelamente alla base quadrata. Il parallelepipedo ha conducibilità termica k e diffusività termica α. Calcolare:

1. Il coefficiente medio di trasporto di calore interfase, h_m;
2. La temperatura superficiale e la temperatura del piano mediano del parallelepipedo, allo stato stazionario;
3. Se all'istante 0 la generazione di calore si interrompe, calcolare dopo quanto tempo la differenza di temperatura tra il piano mediano del parallelepipedo e l'aria si riduce ad un decimo del suo valore iniziale.

Dati. $L = 1\ m, S = 4\ cm, G = 100\ \frac{kW}{m^3}, T_a = 5°C, v_a = 30\frac{m}{s}, k = 0.825\frac{W}{m \cdot K}, \alpha = 10^{-7}\frac{m^2}{s}$.

Problema 2. Due serbatoi contengono un fluido di viscosità μ. I due serbatoi sono in collegamento tra loro mediante una fenditura di larghezza W, lunghezza L e spessore H. La parete superiore della fenditura è in moto da sinistra a destra con velocità v_1, la parete inferiore è in moto da destra verso sinistra con velocità v_2. Nell'ipotesi che al fondo dei due serbatoi si abbia la stessa pressione,

1. Determinare i profili di sforzo e di velocità lungo lo spessore della fenditura;
2. Determinare la portata volumetrica di fluido che si sposta da un serbatoio all'altro e il suo verso;
3. Nell'ipotesi che i due serbatoi siano invece a pressioni diverse, calcolare il valore del ΔP che produce una portata nulla.

Dati. $\mu = 0.2\ Pa \cdot s, W = 2\ m, L = 1\ m, H = 2\ cm, v_1 = 2\frac{m}{s}, v_2 = 1\frac{m}{s}$.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Prova scritta – 13 luglio 2018

Problema 1. Un sottile parallelepipedo a base quadrata di lato L e spessore S è sede di una generazione termica volumetrica G, ed è investito da aria fredda a temperatura T_a e velocità v_a, parallelamente alla base quadrata. Il parallelepipedo ha conducibilità termica k e diffusività termica α. Calcolare:

1. Il coefficiente medio di trasporto di calore interfase, h_m;
2. La temperatura superficiale e la temperatura del piano mediano del parallelepipedo, allo stato stazionario;
3. Se all'istante 0 la generazione di calore si interrompe, calcolare dopo quanto tempo la differenza di temperatura tra il piano mediano del parallelepipedo e l'aria si riduce ad un decimo del suo valore iniziale.

Dati. $L = 1\,m, S = 4\,cm, G = 100\,\frac{kW}{m^3}, T_a = 5°C, v_a = 30\,\frac{m}{s}, k = 0.825\,\frac{W}{m \cdot K}, \alpha = 10^{-7}\,\frac{m^2}{s}$.

$L := 1 \cdot m \quad S := 4 \cdot cm \quad G := 100 \cdot \frac{kW}{m^3} \quad T_a := 5\,°C \quad v_a := 30 \cdot \frac{m}{s} \quad k := 0.825 \cdot \frac{W}{m \cdot K} \quad \alpha := 10^{-7} \cdot \frac{m^2}{s}$

$x_1 := \frac{S}{2} = 0.02m$

$$h_m(T_s) := \left| \begin{array}{l} T_f \leftarrow \frac{T_s + T_a}{2} \\ N_{Re} \leftarrow \frac{v_a \cdot L}{\nu_A(T_f)} \\ j \leftarrow 0.664 N_{Re}^{-0.5} + \mathrm{if}\left[5 \cdot 10^5 < N_{Re} < 1 \cdot 10^8, \left[1 - \left(\frac{5 \cdot 10^5}{N_{Re}}\right)^{0.8}\right] \cdot 0.036 \left(\frac{1}{N_{Re}^{0.2}}\right), 0\right] \\ N_{Nu} \leftarrow j \cdot N_{Re} \cdot N_{Pr.A}(T_f)^{0.333} \\ h \leftarrow N_{Nu} \cdot \frac{k_A(T_f)}{L} \end{array} \right.$$

$T_s := 50\,°C \qquad$ Given $\qquad 2 \cdot L^2 \cdot h_m(T_s) \cdot (T_s - T_a) = L^2 \cdot S \cdot G \qquad T_s := \mathrm{Minerr}(T_s) = 29.161 \cdot °C$

$T_f := \frac{T_s + T_a}{2} = 17.081 \cdot °C \qquad N_{Re} := \frac{v_a \cdot L}{\nu_A(T_f)} = 2.037 \times 10^6$

$$j := \left[0.664 \cdot N_{Re}^{-0.5} + \mathrm{if}\left[5 \cdot 10^5 < N_{Re} < 1 \cdot 10^8, \left[1 - \left(\frac{5 \cdot 10^5}{N_{Re}}\right)^{0.8}\right] \cdot 0.036 \cdot \left(\frac{1}{N_{Re}^{0.2}}\right), 0\right]\right] = 1.795 \times 10^{-3}$$

$N_{Nu} := j \cdot N_{Re} \cdot N_{Pr.A}(T_f)^{0.333} = 3.269 \times 10^3 \qquad h_m := N_{Nu} \cdot \frac{k_A(T_f)}{L} = 82.776 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$

Asse x diretto lungo lo spessore del parallelepipedo, con origine sul piano mediano. Bilancio microscopico di energia termica: $\frac{d}{dx} q = G$

Integrando $\quad q = G \cdot x + C_1 \quad$ con la condizione al contorno di flusso nullo al piano mediano $\quad q(x = 0) = 0 \quad$ da cui $\quad C_1 = 0$

Fourier $\quad -k \cdot \frac{d}{dx} T = G \cdot x \quad$ integrando $\quad T = -\frac{G}{k} \cdot \frac{x^2}{2} + C_2 \quad$ con la condizione al contorno in superficie $\quad T(x = x_1) = T_s$

Sostituendo e riordinando $\quad T = T_s + \frac{G \cdot x_1^2}{2 \cdot k} \cdot \left[1 - \left(\frac{x}{x_1}\right)^2\right] \quad$ al piano mediano $\quad T_c := T_s + \frac{G \cdot x_1^2}{2 \cdot k} = 53.404 \cdot °C$

$$N_{Bi} := \frac{2h_m}{\frac{k}{x_1}} = 4.013$$

L'analisi va condotta a parametri distribuiti

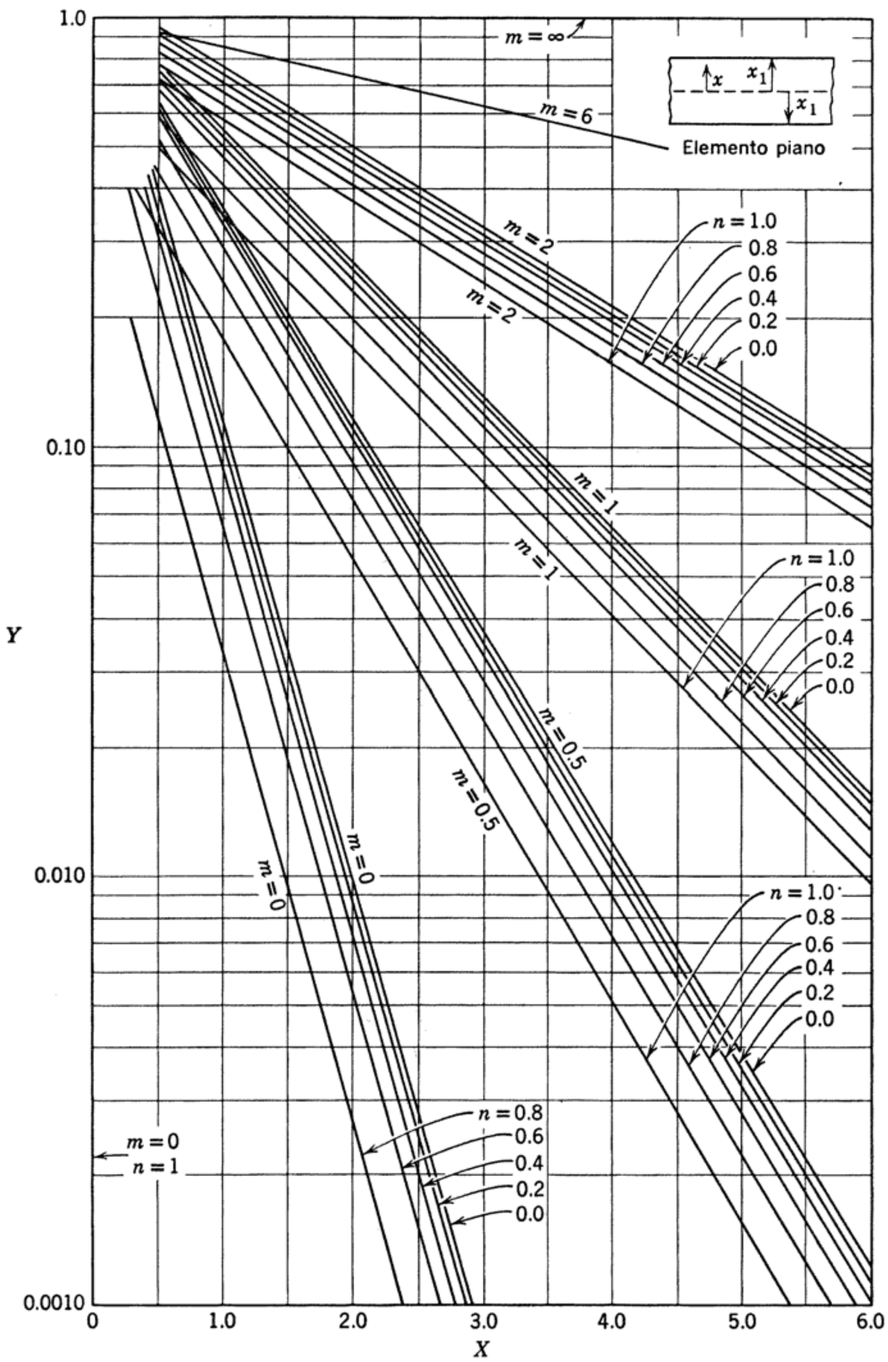
$Y_c := 0.1$ (dato del problema)

$$m_1 := \frac{k}{x_1 \cdot h_m} = 0.498 \qquad n = 0$$

Dal grafico $X := 2.1$

$$t := X \cdot \frac{x_1^{\,2}}{\alpha} = 8.4 \times 10^3\, s$$

$t = 140 \cdot min$



Problema 2. Due serbatoi contengono un fluido di densità ρ e viscosità μ. I due serbatoi sono in collegamento tra loro mediante una fenditura di larghezza W, lunghezza L e spessore H. La parete superiore della fenditura è in moto da sinistra a destra con velocità v_1, la parete inferiore è in moto da destra verso sinistra con velocità v_2. Nell'ipotesi che al fondo dei due serbatoi si abbia la stessa pressione,

1. Determinare i profili di sforzo e di velocità lungo lo spessore della fenditura;
2. Determinare la portata volumetrica di fluido che si sposta da un serbatoio all'altro e il suo verso;
3. Nell'ipotesi che i due serbatoi siano invece a pressioni diverse, calcolare il valore del ΔP che produce una portata nulla.

Dati. $\mu = 0.2\ Pa \cdot s, W = 2\ m, L = 1\ m, H = 2\ cm, v_1 = 2\frac{m}{s}, v_2 = 1\frac{m}{s}$.

$$\mu := 0.2 \cdot Pa \cdot s \qquad W := 2 \cdot m \qquad L := 1 \cdot m \qquad H := 2 \cdot cm \qquad v_1 := 2 \cdot \frac{m}{s} \qquad v_2 := -1 \cdot \frac{m}{s}$$

Asse y diretto lungo lo spessore della fenditura, con origine sulla faccia inferiore. Bilancio micro-scopico di (componente x di) quantità di moto se i due serbatoi sono alla stessa pressione: $\frac{d}{dv}\tau_{xy} = 0$

Integrando $\tau_{xy} = C_1$ Usando Newton e poi integrando $-\mu \cdot \frac{d}{dy} v_x = C_1$ $\qquad v_x = -\frac{C_1}{\mu} \cdot y + C_2$

con le condizioni al contorno BC1 $v_x(x = 0) = v_2$ BC2 $v_x(x = H) = v_1$

Sostituendo le condizioni al contorno e semplificando $C_1 = -\frac{\mu}{H} \cdot (v_1 - v_2)$ $\qquad C_2 = v_2$

Quindi $\tau_{xy}(y) := -\frac{\mu}{H} \cdot (v_1 - v_2)$ $\qquad v_x(y) := (v_1 - v_2) \cdot \frac{y}{H} + v_2$

$$V_p = \int_0^W \left(\int_0^H v_x(y)\, dy \right) dz \qquad v_p := W \cdot \left[v_2 \cdot H + (v_1 - v_2) \cdot \frac{H}{2} \right] = 0.02\ \frac{m^3}{s}$$

Se c'è differenza di pressione tra i due serbatoi: bilancio di (componente x) di quantità di moto: $\frac{d}{dy}\tau_{xy} = -\frac{\Delta P}{L}$

Integrando $\tau_{xy} = \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \cdot y + C_1$ Usando Newton $-\mu \cdot \frac{d}{dy} v_x = \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \cdot y + C_1$

Separando le variabili e integrando di nuovo $v_x = -\frac{1}{2 \cdot \mu} \cdot \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \cdot y^2 - \frac{C_1}{\mu} \cdot y + C_2$

Le condizioni al contorno sono le stesse di prima BC1 $v_x(x = 0) = v_2$ BC2 $v_x(x = H) = v_1$

Per la BC1 $C_2 = v_2$ sostituendo e ricavando C.1 $C_1 = \frac{\mu \cdot \left(v_2 - v_1 + \frac{H^2 \cdot \Delta P}{2 \cdot L \cdot \mu} \right)}{H}$

Infine $v_x = \frac{H^2}{2 \cdot \mu} \cdot \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \cdot \left[\frac{y}{H} - \left(\frac{y}{H}\right)^2 \right] + (v_1 - v_2) \cdot \frac{y}{H} + v_2$ che è l'equazione di una parabola simmetrica il cui verso è determinato dal segno di ΔP più il profilo rettilineo ottenuto prima

$$V_p = \int_0^W \left(\int_0^H v_x(y)\, dy \right) dz = \int_0^W \left[\int_0^H \frac{H^2}{2 \cdot \mu} \cdot \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \cdot \left[\frac{y}{H} - \left(\frac{y}{H}\right)^2 \right] + (v_1 - v_2) \cdot \frac{y}{H} + v_2\, dy \right] dz$$

$$V_p = \frac{H \cdot W \cdot \left(6 \cdot L \cdot \mu \cdot v_1 - \Delta P \cdot H^2 + 6 \cdot L \cdot \mu \cdot v_2\right)}{12 \cdot L \cdot \mu}$$

La portata si annulla quando $6 \cdot L \cdot \mu \cdot v_1 - \Delta P \cdot H^2 + 6 \cdot L \cdot \mu \cdot v_2 = 0$

ovvero quando $-\frac{\Delta P}{L} = -\frac{6 \cdot \mu \cdot v_1 + 6 \cdot \mu \cdot v_2}{H^2}$

$$-\frac{6 \cdot \mu \cdot v_1 + 6 \cdot \mu \cdot v_2}{H^2} = -3 \times 10^3 \cdot \frac{Pa}{m}$$

ΔP negativo significa ΔP positivo, cioè che P.2 (a destra) deve essere più alto di P.1 (a sinistra)