Cognome	Nome	Matricola	Firma

E-mail:

Problema 1. Un serbatoio cubico di lato L è inizialmente pieno di acqua pura, ben agitato. Sul fondo del serbatoio viene adagiata una lastra quadrata di lato L e spessore iniziale S_0 di un sale solubile, di densità molare $C_{tot}^{sol} = \rho/M$, che al tempo zero comincia a sciogliersi. Effettuando due prelievi successivi, ai tempi t_1 e t_2, la concentrazione di sale nell'acqua risulta essere rispettivamente pari a C_1 e C_2. Calcolare:

1. La solubilità del sale in acqua, C_{sat};
2. Il coefficiente di trasporto di materia in acqua, k_C;
3. Dopo quanto tempo la lastra sarà completamente sciolta.

Dati. $L = 1\ m, S_0 = 5\ cm, C_{tot}^{sol} = 62\ \frac{mol}{m^3}, t_1 = 10\ min, t_2 = 30\ min, C_1 = 2\frac{mol}{m^3}, C_2 = 3\frac{mol}{m^3}$.

Problema 2. Uno scambiatore di calore è costituito da due tubi coassiali di diametro D_1 e D_2, con spessore di parete trascurabile. Nel tubo interno circola acqua, con una portata $\dot{m}_H$, che si raffredda dalla temperatura T_{H1} alla temperatura T_{H2}, nell'intercapedine esterna circola un fluido viscoso (di densità ρ_f e viscosità μ_f) che si riscalda dalla temperatura T_{C1} alla temperatura T_{C2}. Nell'intercapedine si osserva una velocità massima del fluido pari a $v_{C.max}$. Calcolare:

1. La portata di fluido freddo che circola nell'intercapedine, $\dot{m}_C$;
2. La temperatura di uscita del fluido freddo, T_{C2};
3. La lunghezza dello scambiatore di calore, L.

Nota. Per i calcoli, le proprietà dell'acqua possono essere ritenute costanti ed uguali ai valori che si osservano alla temperatura T_{rif}. La conducibilità ed il calore specifico del fluido sono rispettivamente C_{Pf} e k_f e possono essere ritenuti costanti.

Dati. $D_1 = 4\ cm, D_2 = 8\ cm,\ \dot{m}_H = 1.5\frac{kg}{s}, v_{C.max} = 0.35\frac{m}{s}, T_{H1} = 60°C, T_{H2} = 30°C,\ T_{C1} = 10°C, T_{rif} = 20°C, \mu_f = 2\cdot 10^{-2}\frac{kg}{m\cdot s}, \rho_f = 750\frac{kg}{m^3}, C_{Pf} = 9\frac{kJ}{kg\cdot K},\ k_f = 50\frac{W}{m\cdot K}$.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Un serbatoio cubico di lato L è inizialmente pieno di acqua pura, ben agitato. Sul fondo del serbatoio viene adagiata una lastra quadrata di lato L e spessore iniziale S_0 di un sale solubile, di densità molare $C_{tot}^{sol} = \rho/M$, che al tempo zero comincia a sciogliersi. Effettuando due prelievi successivi, ai tempi t_1 e t_2, la concentrazione di sale nell'acqua risulta essere rispettivamente pari a C_1 e C_2. Calcolare:

1. La solubilità del sale in acqua, C_{sat};
2. Il coefficiente di trasporto di materia in acqua, k_C;
3. Dopo quanto tempo la lastra sarà completamente sciolta.

Dati $L = 1\,m, S_0 = 5\,cm, C_{tot}^{sol} = 62\,\frac{mol}{m^3}, t_1 = 10\,min, t_2 = 30\,min, C_1 = 2\,\frac{mol}{m^3}, C_2 = 3\,\frac{mol}{m^3}$.

$L := 1\cdot m \qquad S_0 := 5\cdot cm \qquad C_{sol.tot} := 62\cdot\frac{mol}{m^3} \qquad t_1 := 10\cdot min \qquad t_2 := 30\cdot min \qquad C_1 := 2\cdot\frac{mol}{m^3} \qquad C_2 := 3\cdot\frac{mol}{m^3}$

Bilancio sul volume di liquido

$$L^3\cdot\frac{d}{dt}C(t) = W = L^2\cdot k_c\cdot\left(C_{sat} - C(t)\right) \qquad \ln\left(\frac{C_{sat} - C}{C_{sat}}\right) = -\frac{k_c}{L}\cdot t \qquad C(t) = C_{sat}\cdot\left(1 - \exp\left(-\frac{k_c}{L}\cdot t\right)\right)$$

$C(t = 0) = 0$

$k_c := 10^{-3}\cdot\frac{m}{s}$ Given

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\left(1 - \exp\left(-\frac{k_c}{L}\cdot t_1\right)\right)}{\left(1 - \exp\left(-\frac{k_c}{L}\cdot t_2\right)\right)}$$

$$k_c := \text{Minerr}(k_c) = 1.675\times 10^{-3}\,\frac{m}{s}$$

$$C_{sat} := \frac{C_1}{\left(1 - \exp\left(-\frac{k_c}{L}\cdot t_1\right)\right)} = 3.155\,\frac{mol}{m^3}$$

$$C(t) := C_{sat}\cdot\left(1 - \exp\left(-\frac{k_c}{L}\cdot t\right)\right)$$

Bilancio sulla lastra di sale

$$C_{sol.tot}\cdot L^2\cdot\frac{d}{dt}S(t) = -W = -L^2\cdot k_c\cdot\left(C_{sat} - C(t)\right) = -L^2\cdot k_c\cdot C_{sat}\cdot\exp\left(-\frac{k_c}{L}\cdot t\right)$$

$S(t = 0) = S_0$

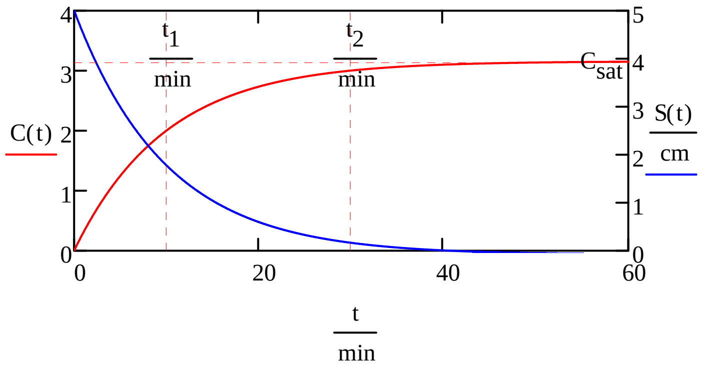
$$dS = \frac{C_{sat}}{C_{sol.tot}}\cdot L\cdot\left(-\frac{k_c}{L}\right)\cdot\exp\left(-\frac{k_c}{L}\cdot t\right)\cdot dt \qquad S(t) := S_0 + \frac{C_{sat}}{C_{sol.tot}}\cdot L\left(\exp\left(-\frac{k_c}{L}\cdot t\right) - 1\right)$$

$t := 0\cdot s, 1\cdot s\,..\,3600\cdot s$

Tempo affinché la lastra si sciolga (S=0)

$$t° := -\frac{L\cdot\ln\left(1 - \frac{C_{sol.tot}\cdot S_0}{C_{sat}\cdot L}\right)}{k_c} = 2.421\times 10^3\,s$$

$t° = 40.344\,min$



Problema 2. Uno scambiatore di calore è costituito da due tubi coassiali di diametro D_1 e D_2, con spessore di parete trascurabile. Nel tubo interno circola acqua, con una portata $\dot{m}_H$, che si raffredda dalla temperatura T_{H1} alla temperatura T_{H2}, nell'intercapedine esterna circola un fluido viscoso (di densità ρ_f e viscosità μ_f) che si riscalda dalla temperatura T_{C1} alla temperatura T_{C2}. Nell'intercapedine si osserva una velocità massima dell'acqua pari a $v_{C.max}$. Calcolare:

1. La portata di acqua fredda che circola nell'intercapedine, $\dot{m}_C$;
2. La temperatura di uscita dell'acqua fredda, T_{C2};
3. La lunghezza dello scambiatore di calore, L.

Nota. Per i calcoli, le proprietà dell'acqua possono essere ritenute costanti ed uguali ai valori che si osservano alla temperatura T_{rif}. La conducibilità ed il calore specifico del fluido sono rispettivamente C_{Pf} e k_f e possono essere ritenuti costanti.

Dati. $D_1 = 4\ cm, D_2 = 8\ cm,\ \dot{m}_H = 1.5\frac{kg}{s}, v_{C.max} = 0.35\frac{m}{s}, T_{H1} = 60°C, T_{H2} = 30°C,\ T_{C1} = 10°C, T_{rif} = 20°C, \mu_f = 2\cdot 10^{-2}\frac{kg}{m\cdot s}, \rho_f = 750\frac{kg}{m^3}, C_{Pf} = 9\frac{kJ}{kg\cdot K},\ k_f = 50\frac{W}{m\cdot K}$.

$D_1 := 4\cdot cm$ $\quad D_2 := 8\cdot cm$ $\quad m_{p.H} := 1.5\cdot\frac{kg}{s}$ $\quad v_{C.max} := 0.35\cdot\frac{m}{s}$ $\quad T_{rif} := 20\,°C$ $\quad T_{H1} := 60\,°C$

$T_{H2} := 30\,°C$ $\quad T_{C1} := 10\,°C$

$\mu_f := 2\cdot 10^{-2}\frac{kg}{(m\cdot s)}$ $\quad \rho_f := 750\cdot\frac{kg}{m^3}$ $\quad C_{P.f} := 9\times 10^3\cdot\frac{J}{(kg\cdot K)}$ $\quad k_f := 50\cdot\frac{W}{(m\cdot K)}$

$\rho := \rho_w(T_{rif}) = 998.028\frac{kg}{m^3}$ $\quad \mu := \mu_w(T_{rif}) = 1.057\times 10^{-3}\frac{kg}{m\cdot s}$ $\quad C_P := C_{P.w}(T_{rif}) = 4.184\times 10^3\cdot\frac{J}{kg\cdot K}$

$k := k_w(T_{rif}) = 0.599\cdot\frac{W}{m\cdot K}$

$R := \frac{D_2}{2} = 0.04\,m$ $\quad \kappa\cdot R = \frac{D_1}{2}$ $\quad \kappa := \frac{D_1}{2}\cdot\frac{1}{R} = 0.5$

Essendo (eq. 2.4-14, p. 49, Bird et al. prima edizione)

$$v_{max} = \frac{\Delta P\cdot R^2}{4\cdot\mu_f\cdot L_{tot}}\cdot\left[1 - \frac{1-\kappa^2}{2\cdot\ln\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\cdot\left(1 - \ln\left(\frac{1-\kappa^2}{2\cdot\ln\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\right)\right)\right] = \frac{\Delta P\cdot R^2}{4\cdot\mu_f\cdot L_{tot}}\cdot A \quad \text{con} \quad A := 1 - \frac{1-\kappa^2}{2\cdot\ln\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\cdot\left(1 - \ln\left(\frac{1-\kappa^2}{2\cdot\ln\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\right)\right) = 0.127$$

si ha $\quad dP\_dL := v_{C.max}\cdot\frac{4\cdot\mu_f}{R^2\cdot A} = 138.19\cdot\frac{Pa}{m}$ $\quad$ con $\quad \frac{\Delta P}{L_{tot}} = dP\_dL$

La portata massica si ricava moltiplicando la portata volumetrica data dall'eq. 2.4-16 per la densità

$$m_{p.C} := \rho_f\cdot\frac{\pi\cdot dP\_dL\cdot R^4}{8\cdot\mu_f}\cdot\left[\left(1-\kappa^4\right) - \frac{\left(1-\kappa^2\right)^2}{\ln\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\right] = 0.656\,\frac{kg}{s}$$

Per ottenere la temperatura di uscita dell'acqua fredda, si fa un bilancio macroscopico di energia

$$m_{p.H}\cdot C_P\cdot\left(T_{H1} - T_{H2}\right) = m_{p.C}\cdot C_{P.f}\cdot\left(T_{C2} - T_{C1}\right)$$

$$T_{C2} := T_{C1} + \frac{m_{p.H}\cdot C_P\cdot\left(T_{H1} - T_{H2}\right)}{m_{p.C}\cdot C_{P.f}} = 41.873\cdot°C$$

Attenzione: dato che T.C2 > T.H2 l'unica configurazione possibile è la controcorrente

Nel tubo interno $N_{Re} = \frac{v \cdot D_1 \cdot \rho}{\mu} = \frac{4 \cdot V_H}{\pi \cdot D_1^2} \cdot \frac{D_1 \cdot \rho}{\mu} = \frac{4 \cdot m_{p.H}}{\pi \cdot D_1 \cdot \mu}$ $\quad N_{Re} := \frac{4 \cdot m_{p.H}}{\pi \cdot D_1 \cdot \mu} = 4.519 \times 10^4$

$$N_{Nu} := 0.026 \cdot N_{Re}^{0.8} \cdot \left(\frac{C_P \cdot \mu}{k}\right)^{0.33} = 266.33 \qquad h_1 := \frac{N_{Nu} \cdot k}{D_1} = 3.989 \times 10^3 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

Nell'intercapedine $R_h := \frac{\pi \cdot \left(D_2^2 - D_1^2\right)}{4 \cdot \pi \left(D_1 + D_2\right)} = 1 \cdot cm$

$$N_{Re.2} = \frac{v \cdot 4 \cdot R_h \cdot \rho_f}{\mu_f} = \frac{4 \cdot V_C}{\pi \left(D_2^2 - D_1^2\right)} \cdot \frac{4 \cdot R_h \cdot \rho_f}{\mu_f} = \frac{4 \cdot m_{p.C} \cdot 4 \cdot R_h}{\pi \cdot \left(D_2^2 - D_1^2\right) \cdot \mu_f} \qquad N_{Re.2} := \frac{4 \cdot m_{p.C} \cdot 4 \cdot R_h}{\pi \cdot \left(D_2^2 - D_1^2\right) \cdot \mu_f} = 348.193$$

$$N_{Nu2}\left(L_{tot}\right) := 1.86 \cdot \left(N_{Re.2} \cdot 4 \cdot \frac{R_h}{L_{tot}} \cdot \frac{C_{P.f} \cdot \mu_f}{k_f}\right)^{0.33} \qquad h_2\left(L_{tot}\right) := \frac{N_{Nu2}\left(L_{tot}\right) \cdot k_f}{4 \cdot R_h}$$

$$U\left(L_{tot}\right) := \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2\left(L_{tot}\right)}\right)^{-1}$$

$$\Delta T_{ml} := \frac{\left(T_{H1} - T_{C2}\right) - \left(T_{H2} - T_{C1}\right)}{\ln\left(\frac{T_{H1} - T_{C2}}{T_{H2} - T_{C1}}\right)} = 19.048\,K$$

$$Q := m_{p.H} \cdot C_P \cdot \left(T_{H1} - T_{H2}\right) = 1.883 \times 10^5\,W \qquad m_{p.C} \cdot C_{P.f} \cdot \left(T_{C2} - T_{C1}\right) = 1.883 \times 10^5\,W$$

$$Q = U \cdot A \cdot \Delta T_{ml} = U \cdot \pi\, D_1 \cdot L \cdot \Delta T_{ml}$$

$L_{tot} := 10 \cdot m$

Given $\quad Q = U\left(L_{tot}\right) \cdot \pi\, D_1 \cdot L_{tot} \cdot \Delta T_{ml} \qquad L_{tot} := \mathrm{Minerr}\left(L_{tot}\right) = 54.49\,m$

$$h_2\left(L_{tot}\right) = 2.262 \times 10^3 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K} \qquad U\left(L_{tot}\right) = 1.443 \times 10^3 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$$