

Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2016-2017

Cognome	Nome	Matricola	Firma

E-mail:

Problema 1. Un gruppo di amici è in vacanza in una località di montagna, e preleva un certo numero di lattine di birra dalla dispensa (posta a temperatura ambiente, T_0), e le ricopre completamente di neve per refrigerarle rapidamente. Le lattine sono cilindri, completamente pieni di birra, di diametro D e altezza H , con parete molto sottile di alluminio che non offre praticamente resistenza al trasporto di calore. La neve si può considerare come un corpo alla temperatura di fusione normale dell'acqua, T_a , mentre la birra è un liquido con le caratteristiche fisiche dell'acqua (che si possono considerare costanti sui loro valori iniziali). Per effetto della convezione interna, la massa di fluido in ogni istante si può considerare caratterizzata da una temperatura omogenea.

1. Scrivere il modello matematico che descrive il raffreddamento della birra. Risolverlo, ottenendo l'equazione che descrive la temperatura della birra in funzione del tempo.

Sapendo che dopo un tempo t_1 una lattina viene aperta e la temperatura della birra risulta essere T_1 , determinare:

2. il coefficiente di scambio interfase, h , per il trasporto di calore convettivo, e
3. dopo quanto tempo (t_2) si potranno aprire le altre birre se si desidera una temperatura T_2 .

Dati. $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $D = 6.5\text{ cm}$, $H = 11.5\text{ cm}$, $T_a = 0^\circ\text{C}$, $t_1 = 5\text{ min}$, $T_1 = 10^\circ\text{C}$, $T_2 = 4^\circ\text{C}$.

Problema 2. In un recipiente che contiene un volume V di acqua (componente A) inizialmente pura a temperatura T_0 , viene introdotta al tempo zero una sfera di diametro D costituita da una miscela binaria (B+C). Il composto B è capace di diffondere nel solido C e nell'acqua liquida, con coefficienti di diffusività noti, mentre il solido C è insolubile in acqua. La concentrazione iniziale di composto B nella sfera è C_{B0}^{SOL} , tra la concentrazione in fase solida e la concentrazione in fase liquida esiste una relazione di equilibrio: $C_B^{SOL} = K C_B^{LIQ}$. La fluidodinamica locale dell'acqua vicino alla sfera è descritta da un numero di Reynolds noto, N_{Re} .

1. Calcolare le concentrazioni del composto B nella sfera e nell'acqua all'equilibrio;
2. Determinare il coefficiente di scambio di materia in acqua e dire se l'analisi del trasporto di materia va condotta a parametri concentrati o a parametri distribuiti;
3. Determinare il tempo t_1 affinché la concentrazione di composto B al centro della sfera diventi un decimo del suo valore iniziale.

Dati. $V = 0.5\text{ L}$, $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $D = 2\text{ cm}$, $D_{AB} = 10^{-7}\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$, $D_{BC} = 2 * 10^{-7}\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$, $C_{B0}^{SOL} = 238.8\frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$, $K = 10$,
 $N_{Re} = 500$.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Prova scritta - 9 febbraio 2018



Problema 1. Un gruppo di amici è in vacanza in una località di montagna, e preleva un certo numero di lattine di birra dalla dispensa (posta a temperatura ambiente, T_0), e le ricopre completamente di neve per refrigerarle rapidamente. Le lattine sono cilindri, completamente pieni di birra, di diametro D e altezza H , con parete molto sottile di alluminio che non offre praticamente resistenza al trasporto di calore. La neve si può considerare come un corpo alla temperatura di fusione normale dell'acqua, T_a , mentre la birra è un liquido con le caratteristiche fisiche dell'acqua (che si possono considerare costanti sui loro valori iniziali). Per effetto della convezione interna, la massa di fluido in ogni istante si può considerare caratterizzata da una temperatura omogenea.

1. Scrivere il modello matematico che descrive il raffreddamento della birra. Risolverlo, ottenendo l'equazione che descrive la temperatura della birra in funzione del tempo.

Sapendo che dopo un tempo t_1 una lattina viene aperta e la temperatura della birra risulta essere T_1 , determinare

2. il coefficiente di scambio interfase, h , per il trasporto di calore convettivo, e

3. dopo che tempo t_2 si potranno aprire le altre birre se si desidera una temperatura T_2 .

Dati $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $D = 6.5\text{ cm}$, $H = 11.5\text{ cm}$, $T_a = 0^\circ\text{C}$, $t_1 = 5\text{ min}$, $T_1 = 10^\circ\text{C}$, $T_2 = 4^\circ\text{C}$.

$$T_0 := 20^\circ\text{C} \quad T_a := 0^\circ\text{C} \quad T_1 := 10^\circ\text{C} \quad T_2 := 4^\circ\text{C} \quad t_1 := 5\text{ min} \quad D := 6.5\text{ cm} \quad \underline{H} := 11.5\text{ cm}$$

$$\underline{V} := \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H = 381.605\text{ cm}^3$$

$$\underline{S} := 2 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} + \pi \cdot D \cdot H = 301.2\text{ cm}^2$$

$$\rho := \rho_w(T_0) = 998.028 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$C_P := C_{P,w}(T_0) = 4.184 \times 10^3 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Bilancio di energia

$$\rho \cdot C_P \cdot V \cdot \frac{dT}{dt} = -S \cdot h \cdot (T - T_a)$$

$$T(t = 0) = T_0$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau} \cdot (T - T_a) \quad \text{con} \quad \frac{1}{\tau} = \frac{S \cdot h}{\rho \cdot C_P \cdot V}$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{S \cdot h}{\rho \cdot C_P \cdot V}$$

$$\ln\left(\frac{T - T_a}{T_0 - T_a}\right) = -\frac{t}{\tau} \quad \text{ovvero}$$

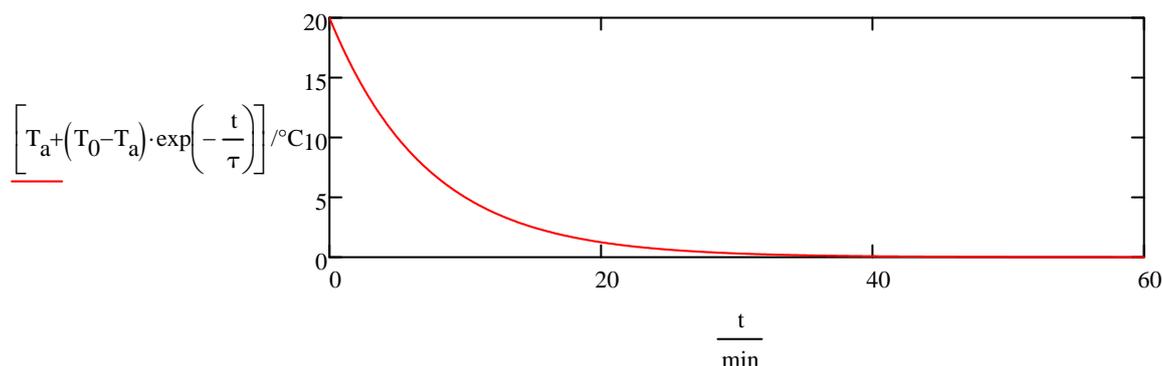
$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\tau := -\frac{t_1}{\ln\left(\frac{T_1 - T_a}{T_0 - T_a}\right)} = 432.809\text{ s}$$

$$h := \frac{C_P \cdot V \cdot \rho}{S \cdot \tau} = 122.231 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$t_2 := -\tau \cdot \ln\left(\frac{T_2 - T_a}{T_0 - T_a}\right) = 11.61 \cdot \text{min}$$

$t := 0 \cdot \text{min}, 0.1 \cdot \text{min} .. 60 \cdot \text{min}$



Problema 2. In un recipiente che contiene un volume V di acqua (componente A) inizialmente pura a temperatura T_0 , viene introdotta al tempo zero una sfera di diametro D costituita da una miscela binaria (B+C). Il composto B è capace di diffondere nel solido C e nell'acqua liquida, con coefficienti di diffusività noti, mentre il solido C è insolubile in acqua. La concentrazione iniziale di composto B nella sfera è C_{B0}^{SOL} , tra la concentrazione in fase solida e la concentrazione in fase liquida esiste una relazione di equilibrio: $C_B^{SOL} = K C_B^{LIQ}$, la fluidodinamica locale dell'acqua vicino alla sfera è descritta da un numero di Reynolds noto, N_{Re} .

1. Calcolare le concentrazioni nella sfera e nell'acqua all'equilibrio;
2. Determinare il coefficiente di scambio di materia in acqua e dire se l'analisi del trasporto di materia va condotta a parametri concentrati o a parametri distribuiti;
3. Determinare il tempo t_1 affinché la concentrazione di composto B al centro della sfera diventi un decimo del suo valore iniziale.

Dati $V = 0.5 \text{ L}$, $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $D = 2 \text{ cm}$, $D_{AB} = 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$, $D_{BC} = 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$, $C_{B0}^{SOL} = 238.8 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$, $K = 10$, $N_{Re} = 500$.

$$\underline{V}_s := 0.5 \cdot \text{liter} \quad \underline{D} := 2 \cdot \text{cm} \quad C_{B0}^{SOL} := 238.8 \cdot \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \quad K := 10 \quad N_{Re} := 500 \quad \underline{t_{lim}} := 10 \cdot \text{min} \quad \underline{T_0} := 20^\circ\text{C}$$

$$D_{AB} := 10^{-7} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad D_{BC} := 2 \times 10^{-7} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$V_s := \frac{\pi \cdot D^3}{6} = 4.189 \cdot \text{cm}^3$$

$$m_{B0} := C_{B0}^{SOL} \cdot V_s = 1 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$S_s := \pi \cdot D^2 = 12.566 \cdot \text{cm}^2$$

$$m_{B0} = m_{Beq} = C_{B.eq}^{SOL} \cdot V_s + C_{B.eq}^{LIQ} \cdot V \quad C_{B.eq}^{SOL} = K \cdot C_{B.eq}^{LIQ}$$

$$m_{B0} = K \cdot C_{B.eq}^{LIQ} \cdot V_s + C_{B.eq}^{LIQ} \cdot V$$

$$C_{B.eq}^{LIQ} := \frac{m_{B0}}{K \cdot V_s + V} = 1.846 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

$$C_{B.eq}^{SOL} := K \cdot C_{B.eq}^{LIQ} = 18.459 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

$$N_{Sc} := \frac{\nu_w(T_0)}{D_{AB}} = 10.584$$

$$N_{Sh} := 2.0 + 0.6 \cdot N_{Re}^{0.5} \cdot N_{Sc}^{0.333} = 31.433$$

$$k_c := \frac{N_{Sh} \cdot D_{AB}}{D} = 1.572 \times 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$L_{Ch} = \frac{V_s}{S_s} = \frac{\pi \cdot D^3}{6} \cdot \frac{1}{\pi \cdot D^2}$$

$$L_{Ch} := \frac{D}{6} = 0.333 \cdot \text{cm}$$

$$N_{Bi} := \frac{k_c \cdot L_{Ch}}{K \cdot D_{BC}} = 0.262$$

$$k_c \cdot \Delta C_{B.LIQ} = \frac{D_{BC}}{L_{Ch}} \cdot \Delta C_{B.SOL} = \frac{D_{BC}}{L_{Ch}} \cdot K \cdot \Delta C_{B.LIQ}$$

Parametri concentrati

Bilancio del componente B sulla sfera $V_s \frac{d}{dt} C_{B.SOL} = -k_c \cdot S_s \cdot \left(\frac{C_{B.SOL}}{K} - C_{B.LIQ} \right)$

Bilancio del componente B sul liquido $V \frac{d}{dt} C_{B.LIQ} = k_c \cdot S_s \cdot \left(\frac{C_{B.SOL}}{K} - C_{B.LIQ} \right)$

Sottraendo membro a membro ponendo $\frac{d}{dt} \left(\frac{C_{B.SOL}}{K} - C_{B.LIQ} \right) = -k_c \cdot S_s \cdot \left(\frac{1}{K \cdot V_s} + \frac{1}{V} \right) \cdot \left(\frac{C_{B.SOL}}{K} - C_{B.LIQ} \right)$

$$\underline{\tau} := \left[k_c \cdot S_s \cdot \left(\frac{1}{K \cdot V_s} + \frac{1}{V} \right) \right]^{-1} = 195.694 \text{ s} \quad \text{e} \quad \delta = \frac{C_{B.SOL}}{K} - C_{B.LIQ} \text{ si ha} \quad \frac{d}{dt} \delta = -\frac{\delta}{\tau} \quad \delta(t=0) = \delta_0 = \frac{C_{B0}^{SOL}}{K}$$

$$\delta_0 := \frac{C_{B0}^{SOL}}{K} \quad \ln \left(\frac{\delta}{\delta_0} \right) = -\frac{t}{\tau} \quad \delta(t) = \delta_0 \cdot \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right)$$

$$\underline{t_{lim}} := -\tau \cdot \ln \left(\frac{1}{10} \right) = 450.602 \text{ s}$$