Cognome	Nome	Matricola	Firma

E-mail:

Problema 1. Una polpetta è assimilabile ad una sfera di diametro D_1, con la densità e il calore specifico dell'acqua. Viene prelevata dal frigorifero, dove è conservata ad una temperatura omogenea T_0, e immersa in olio bollente alla temperatura T_1. La polpetta si può considerare cotta quando il suo centro geometrico raggiunge la temperatura T_c. Nell'olio bollente si realizza per via dell'agitazione un numero di Reynolds N_{Re} e i parametri fisici dell'olio sono $\{k_O, \mu_O, \hat{C}_{P.O}\}$.

1. Stimare il coefficiente di trasporto di calore interfase tra la polpetta e l'olio;
2. Sotto l'ipotesi che l'analisi vada condotta a parametri distribuiti, e considerando per i parametri fisici il loro valore iniziale, calcolare la conducibilità termica della polpetta se il tempo di cottura è t_c.
3. Calcolare infine il tempo di cottura per una polpetta di diametro D_2 (tenendo conto che il numero di Reynolds cambia esclusivamente a causa della variazione del diametro).

Dati. $D_1 = 4\ cm, T_0 = 4°C, T_1 = 140°C, T_c = 72°C, N_{Re} = 10, k_O = 0.12\ \frac{W}{m \cdot K}, \hat{C}_{P.O} = 2\frac{kJ}{K \cdot kg},$
$\mu_O = 0.055\ Pa \cdot s, t_c = 12\ min, D_2 = 2\ cm.$

Problema 2. Un serbatoio cilindrico di diametro D_1 è inizialmente pieno fino ad un livello H_{10} di un liquido con densità ρ, viscosità μ indipendente dalla temperatura, calore specifico $\hat{C}_P$ e conducibilità termica k. Il serbatoio sul fondo ha un foro cui è connesso un tubo liscio verticale di diametro interno d e lunghezza L. All'istante zero dal tubo di scarico comincia ad uscire il liquido, che viene raccolto in un serbatoio sottostante.

1. Se il tempo di svuotamento è t_s, calcolare la viscosità del fluido, trascurando le perdite di carico concentrate e ipotizzando un regime di moto laminare (ipotesi da verificare).

Il serbatoio sottostante è anch'esso cilindrico di diametro D_2. Quando tutto il liquido è stato trasferito dal serbatoio di sopra a quello di sotto, il liquido viene posto in agitazione mediante un agitatore a pale di diametro D_P che ruota alla velocità ω, mentre al liquido – inizialmente alla temperatura T_0 – viene fornito calore tenendo la superficie laterale alla temperatura T_w, mediante una intercapedine (camicia) riscaldata. Le pareti della camicia non offrono resistenza al trasporto di calore (pareti sottili costituite da materiale altamente conduttivo).

2. Calcolare il coefficiente di scambio termico interfase e il valore iniziale del flusso di calore che viene fornito al liquido.
3. Calcolare dopo quanto tempo la differenza di temperatura tra il liquido e la superficie riscaldante si riduce ad un decimo di quella iniziale (trascurando le perdite di calore attraverso le superfici di base).

Dati. $D_1 = 1.5\ m, \rho = 1200\frac{kg}{m^3}, \hat{C}_P = 3\frac{kJ}{K \cdot kg}, k = 0.1\ \frac{W}{m \cdot K}, H_{10} = 2\ m, d = 4\ cm, L = 2\ m, t_s = 35\ min,$
$D_2 = 3\ m, D_p = 2\ m, \omega = 100\ rpm, T_0 = 20°C, T_w = 80°C.$

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Una polpetta è assimilabile ad una sfera di diametro D_1, con la densità e il calore specifico dell'acqua. Viene prelevata dal frigorifero, dove è conservata ad una temperatura omogenea T_0, e immersa in olio bollente alla temperatura T_1. La polpetta si può considerare cotta quando il suo centro geometrico raggiunge la temperatura T_c. Nell'olio bollente si realizza per via dell'agitazione un numero di Reynolds N_{Re} e i parametri fisici dell'olio sono $\{k_O, \mu_O, \hat{C}_{P.O}\}$.

1. Stimare il coefficiente di trasporto di calore interfase tra la polpetta e l'olio;
2. Sotto l'ipotesi che l'analisi vada condotta a parametri distribuiti, e considerando per i parametri fisici il loro valore iniziale, calcolare la conducibilità termica della polpetta se il tempo di cottura è t_c.
3. Calcolare infine il tempo di cottura per una polpetta di diametro D_2 (tenendo conto che il numero di Reynolds cambia).

Dati. $D_1 = 4\,cm, T_0 = 4°C, T_1 = 140°C, T_c = 72°C, N_{Re} = 10, k_O = 0.12\,\frac{W}{m \cdot K}, \hat{C}_{P.O} = 2\,\frac{kJ}{K \cdot kg}$, $\mu_O = 0.055\,Pa \cdot s, t_c = 12\,min, D_2 = 2\,cm.$

$D_1 := 4 \cdot cm$ $\quad T_0 := 4°C$ $\quad T_c := 72°C$ $\quad N_{Re} := 10$ $\quad k_O := 0.12 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$ $\quad C_{P.O} := 2 \cdot \frac{kJ}{K \cdot kg}$

$D_2 := 2 \cdot cm$ $\quad T_1 := 140°C$ $\quad t_c := 12min$ $\quad \mu_O := 0.055 Pa \cdot s$

$N_{Pr} := \frac{C_{P.O} \cdot \mu_O}{k_O} = 916.667$ $\quad N_{Re} \cdot N_{Pr}^{\frac{2}{3}} = 943.643$

$N_{Nu} := 2 + 0.6 N_{Re}^{0.5} \cdot N_{Pr}^{0.33} = 20.017$ $\quad h := \frac{N_{Nu} \cdot k_O}{D_1} = 60.051 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$

$Y := \frac{T_c - T_1}{T_0 - T_1} = 0.5$ $\quad \rho := \rho_w\left(\frac{T_0 + T_1}{2}\right) = 976.653 \frac{kg}{m^3}$ $\quad C_P := C_{P.w}\left(\frac{T_0 + T_1}{2}\right) = 4.191 \times 10^3 \cdot \frac{J}{kg \cdot K}$ $\quad n := 0$

per tentativi su k.P, grafico alla pagina seguente

$k_P := 0.2 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$ $\quad m := \frac{k_P}{h \cdot \frac{D_1}{2}} = 0.167$ $\quad X := \frac{t_c \cdot k_P}{\rho \cdot C_P \cdot \left(\frac{D_1}{2}\right)^2} = 0.088$

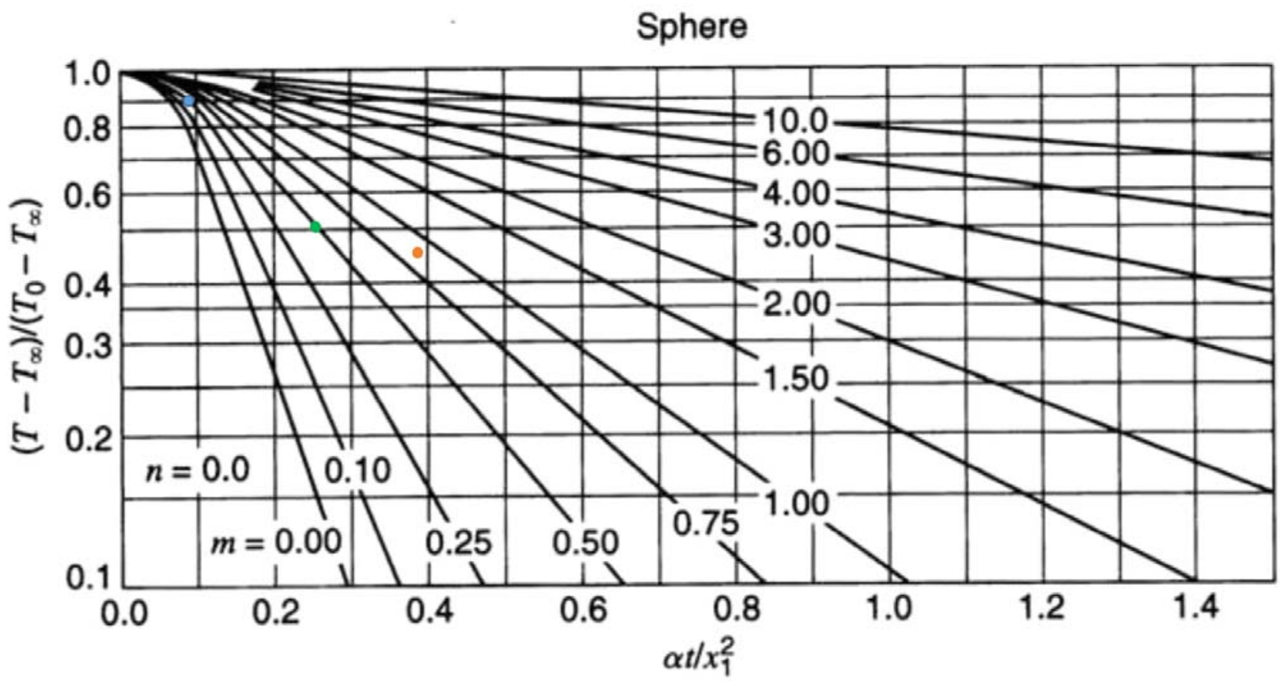
pallino blu, la Y è minore di quella attesa, la polpetta si è riscaldata troppo poco, aumentiamo k.P

$k_P := 1 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$ $\quad m := \frac{k_P}{h \cdot \frac{D_1}{2}} = 0.833$ $\quad X := \frac{t_c \cdot k_P}{\rho \cdot C_P \cdot \left(\frac{D_1}{2}\right)^2} = 0.44$

pallino arancio, la Y è maggiore di quella attesa, la polpetta si è riscaldata troppo, diminuiamo k.P

$k_P := 0.6 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$ $\quad m := \frac{k_P}{h \cdot \frac{D_1}{2}} = 0.5$ $\quad X := \frac{t_c \cdot k_P}{\rho \cdot C_P \cdot \left(\frac{D_1}{2}\right)^2} = 0.264$

pallino verde, la Y è quella giusta, la polpetta è cotta, k.P è quella giusta



$N_{Re.2} := N_{Re} \cdot \frac{D_2}{D_1} = 5$ $\quad N_{Nu} := 2 + 0.6 \cdot N_{Re.2}^{0.5} \cdot N_{Pr}^{0.33} = 14.74$ $\quad h := \frac{N_{Nu} \cdot k_O}{D_2} = 88.439 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$

$m := \frac{k_P}{h \cdot \frac{D_2}{2}} = 0.678$ $\quad n = 0$ $\quad Y = 0.5$ $\quad$ dal grafico $\quad X := 0.3$ $\quad t_c := \frac{X}{k_P} \cdot \left[\rho \cdot C_P \cdot \left(\frac{D_2}{2} \right)^2 \right] = 3.411 \cdot min$

$t_c = 204.676\ s$

Problema 2. Un serbatoio cilindrico di diametro D_1 è inizialmente pieno fino ad un livello H_{10} di un liquido con densità ρ, viscosità μ indipendente dalla temperatura, calore specifico $\hat{C}_P$ e conducibilità termica k. Il serbatoio sul fondo ha un foro cui è connesso un tubo liscio verticale di diametro interno d e lunghezza L. All'istante zero dal tubo di scarico comincia ad uscire il liquido, che viene raccolto in un serbatoio sottostante.

1. Se il tempo di svuotamento è t_s, calcolare la viscosità del fluido, trascurando le perdite di carico concentrate e ipotizzando un regime di moto laminare (ipotesi da verificare).

Il serbatoio sottostante è anch'esso cilindrico di diametro D_2. Quando tutto il liquido è stato trasferito dal serbatoio di sopra a quello di sotto, il liquido viene posto in agitazione mediante un agitatore a pale di diametro D_P che ruota alla velocità ω, mentre al liquido – inizialmente alla temperatura T_0 – viene fornito calore tenendo la superficie laterale alla temperatura T_w, mediante una intercapedine (camicia) riscaldata. Le pareti della camicia non offrono resistenza al trasporto di calore (pareti sottili costituite da materiale altamente conduttivo).

2. Calcolare il coefficiente di scambio termico interfase e il valore iniziale del flusso di calore che viene fornito al liquido.
3. Calcolare dopo quanto tempo la differenza di temperatura tra il liquido e la superficie riscaldante si riduce ad un decimo di quella iniziale (trascurando le perdite di calore attraverso le superfici di base).

Dati. $D_1 = 1.5\ m, \rho = 1200\ \frac{kg}{m^3}, \hat{C}_P = 3\ \frac{kJ}{K \cdot kg}, k = 0.1\ \frac{W}{m \cdot K}, H_{10} = 2\ m, d = 4\ cm, L = 2\ m, t_s = 45\ min,$
$D_2 = 3\ m, D_p = 2\ m, \omega = 100\ rpm, T_0 = 20°C, T_w = 80°C.$

$D_1 := 1.5 \cdot m$ $\quad \rho := 1200 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $\quad H_{10} := 2 \cdot m$ $\quad d := 4 \cdot cm$ $\quad L := 2 \cdot m$ $\quad t_s := 35 \cdot min$ $\quad D_2 := 3 \cdot m$ $\quad D_p := 2 \cdot m$

$\omega := 100 \cdot rpm$ $\quad T_0 := 20\,°C$ $\quad T_w := 80\,°C$

$C_p := 3 \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K}$ $\quad k := 0.1 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$

Bilancio di energia meccanica tra la sezione 1 (pelo libero nel primo serbatoio) e la sezione 2 (sbocco del tubo, subito dopo il tubo)

$$\frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 + \frac{P_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(\Sigma e_v + \frac{4 \cdot f \cdot L}{d} \right)$$

Semplificando il possibile, trascurando le perdite di carico concentrate e considerando il moto laminare f=16/N.Re

$$g \cdot (h_1 - h_2) = \frac{v_t^2}{2} \cdot \frac{4 \cdot f \cdot L}{d} = \frac{v_t^2}{2} \cdot \frac{4 \cdot L}{d} \cdot \frac{16}{N_{Re}} = \frac{v_t^2}{2} \cdot \frac{4 \cdot L}{d} \cdot \frac{16 \cdot \mu}{v_t \cdot d \cdot \rho}$$

Posto h.2 = 0 allo sbocco del tubo, risulta h.1(t) = L+H.1(t), da cui

$$g \cdot (H_1(t) + L) = \frac{32 \cdot L \cdot \mu}{2 \cdot d^2 \cdot \rho} \cdot v_t(t) \qquad \text{(a)}$$

Bilancio di materia sul primo serbatoio

$$\frac{\pi \cdot D_1^2 \cdot \rho}{4} \cdot \frac{d}{dt} H_1(t) = -\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \rho \cdot v_t(t) \qquad \text{(b)}$$

Ricavando v.t da (a) e sostituendo in (b)

$$\frac{d}{dt} H_1(t) = -\left(\frac{d}{D_1}\right)^2 \cdot \frac{2 \cdot d^2 \cdot \rho}{32 \cdot L \cdot \mu} \cdot g \cdot (H_1(t) + L)$$

Posto $A = \left(\frac{d}{D_1}\right)^2 \cdot \frac{2 \cdot d^2 \cdot \rho}{32 \cdot L \cdot \mu} \cdot g$ separando le variabili e integrando

$$\frac{1}{H_1 + L} \cdot dH_1(t) = -A \cdot dt \qquad H_1(t = 0) = H_{10}$$

$$\ln\left(\frac{H_1(t) + L}{H_{10} + L}\right) = -A \cdot t$$

Lo svuotamento si verifica per H.1(t.s) = 0, quindi

$$A := -\frac{1}{t_s} \cdot \ln\left(\frac{L}{H_{10} + L}\right) = 3.301 \times 10^{-4} \frac{1}{s}$$

E infine

$$\mu := \left(\frac{d}{D_1}\right)^2 \cdot \frac{2 \cdot d^2 \cdot \rho}{32 \cdot L \cdot A} \cdot g = 1.268 \cdot Pa \cdot s$$

Per verificare la condizione di laminarità, calcoliamo la velocità iniziale (che è la massima osservabile)

$$v_{t0} := \frac{2 \cdot d^2 \cdot \rho}{32 \cdot L \cdot \mu} \cdot g \cdot (H_{10} + L) = 1.857 \frac{m}{s}$$

E poi il numero di Reynolds iniziale (che è il massimo)

$$N_{Re0} := \frac{v_{t0} \cdot d \cdot \rho}{\mu} = 70.302$$

Quindi il regime è laminare

$$N_{Re} := \left(\frac{D_p}{2}\right)^2 \omega \cdot \frac{\rho}{\mu} = 9.913 \times 10^3 \qquad N_{Pr} := \frac{C_p \cdot \mu}{k} = 5.313 \times 10^4$$

eq. 18-18 Perry's 8th Ed. (pag. 18-25)

$$N_{Nu} := 0.36 \cdot N_{Re}^{\frac{2}{3}} \cdot N_{Pr}^{\frac{1}{3}} = 6.245 \times 10^3$$

$$h := \frac{k}{D_2} \cdot N_{Nu} = 208.18 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K} \qquad q_0 := h \cdot (T_w - T_0) = 1.249 \times 10^4 \cdot \frac{W}{m^2}$$

Bilancio di energia sul serbatoio 2

$$\rho \cdot C_p \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot H_2 \cdot \frac{d}{dt} T = \pi \cdot D_2 \cdot H_2 \cdot h \cdot (T_w - T) \qquad T(t = 0) = T_0$$

separando le variabili e integrando

$$-\frac{1}{T_w - T} \cdot dT = -\frac{4 \cdot h}{\rho \cdot C_p \cdot D_2} \cdot dt \qquad \tau := \left(\frac{4 \cdot h}{\rho \cdot C_p \cdot D_2}\right)^{-1} = 1.812 \times 10^4 s$$

$$\ln\left(\frac{T_w - T}{T_w - T_0}\right) = \frac{-t}{\tau}$$

$$t° := -\tau \cdot \ln\left(\frac{1}{10}\right) = 4.172 \times 10^4 s \qquad t° = 695.384 \cdot min \qquad t° = 11.59 \cdot hr$$

Non è necessario calcolare esplicitamente il livello del liquido nel secondo serbatoio, comunque questo vale:

$$H_2 := H_{10} \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = 0.5 m$$