Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2015-2016

Cognome	Nome	Matricola	Firma

E-mail:

Problema 1. Un batiscafo ha la forma di una sfera di diametro D e viaggia in orizzontale nelle profondità marine ad una velocità v. Il motore esercita sul batiscafo una forza di componente orizzontale F_x, mentre la componente verticale della forza che il motore esercita (verso il basso) per mantenere il batiscafo su una traiettoria orizzontale è F_y. Calcolare:

1. Il coefficiente di attrito del batiscafo in acqua;
2. La velocità del batiscafo;
3. La densità apparente del batiscafo.

Nota. Per le finalità di questo esercizio, si possono assumere le proprietà dell'acqua di mare uguali a quelle dell'acqua distillata a temperatura ambiente.

Dati. $D = 2$ m, $F_x = 10$ kN, $F_y = 450$ N.

Problema 2. Un serbatoio cilindrico di diametro D, alto H_s, chiuso e inizialmente pieno d'aria a pressione P_0 e temperatura T, è alimentato con acqua attraverso una tubazione liscia di diametro interno d, di lunghezza totale L_{TOT} e recante lungo il suo percorso due curve (con coefficiente di perdita e_v), nella quale fluisce acqua prelevata da un pozzo il cui pelo libero è posto ad una quota Δh inferiore rispetto allo sbocco dalla tubazione. L'acqua è movimentata da una pompa di potenza assorbita P_a e rendimento η. Il sistema è isotermo alla temperatura T.

1. Calcolare la portata d'acqua che fluisce nella tubazione in condizioni iniziali;
2. Se dopo un tempo t il livello di acqua nel serbatoio è H_t, calcolare la pressione dell'aria nello spazio del serbatoio pieno di aeriforme;
3. Proporre un modello per descrivere l'evoluzione nel tempo del livello di liquido nel serbatoio.

Dati. $D = 1.5$ m, $H_s = 2$ m, $P_0 = 1$ bar, $T = 20$°C, $d = 4$ cm, $L_{TOT} = 80$ m, $e_v = 0.70$, $\Delta h = 25$ m, $P_a = 2$ kW, $\eta = 80\%$, $H_t = 0.8$ m.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Un batiscafo ha la forma di una sfera di diametro D e viaggia in orizzontale nelle profondità marine ad una velocità v. Il motore esercita sul batiscafo una forza di componente orizzontale F_x, mentre la componente verticale della forza che il motore esercita (verso il basso) per mantenere il batiscafo su una traiettoria orizzontale è F_y. Calcolare:

1. Il coefficiente di attrito del batiscafo in acqua;
2. La velocità del batiscafo;
3. La densità apparente del batiscafo.

Nota. Per le finalità di questo esercizio, si possono assumere le proprietà dell'acqua di mare uguali a quelle dell'acqua distillata a temperatura ambiente.

Dati. $D = 2$ m, $F_x = 10$ kN, $F_y = 450$ N.

$v_1 := 1\,\frac{m}{s}$ $\quad D := 2\cdot m$ $\quad F_x := 10\cdot kN$ $\quad F_y := 450\cdot N$ $\quad V_b := \frac{\pi}{6}\cdot D^3 = 4.189\cdot m^3$ $\quad T := 25\,°C$

$$N_{Re.1} := \frac{v_1\cdot D\cdot \rho_w(T)}{\mu_w(T)} = 2.19\times 10^6 \qquad f_1 := f_s(N_{Re.1}) = 0.2 \qquad v_2 := \sqrt{\frac{F_x}{f_1\cdot\frac{\rho_w(T)}{2}\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4}}} = 5.65\,\frac{m}{s}$$

$$N_{Re.2} := \frac{v_2\cdot D\cdot \rho_w(T)}{\mu_w(T)} = 1.237\times 10^7 \qquad f_2 := f_s(N_{Re.2}) = 0.2 \qquad v_3 := \sqrt{\frac{F_x}{f_2\cdot\frac{\rho_w(T)}{2}\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4}}} = 5.65\,\frac{m}{s}$$

$$N_{Re.3} := \frac{v_3\cdot D\cdot \rho_w(T)}{\mu_w(T)} = 1.237\times 10^7 \qquad f_3 := f_s(N_{Re.2}) = 0.2 \qquad v_3 = 20.339\cdot\frac{km}{hr}$$

$$\Delta\rho := \frac{F_y}{V_b\cdot g} = 10.955\,\frac{kg}{m^3} \qquad \rho_b := \rho_w(T) - \Delta\rho = 986.323\,\frac{kg}{m^3}$$

Problema 2. Un serbatoio cilindrico di diametro D, alto H_s, chiuso e inizialmente pieno d'aria a pressione P_0 e temperatura T, è alimentato con acqua attraverso una tubazione liscia di diametro interno d, di lunghezza totale L_{TOT} e recante lungo il suo percorso due curve (con coefficiente di perdita e_v), nella quale fluisce acqua prelevata da un pozzo il cui pelo libero è posto ad una quota Δh inferiore rispetto allo sbocco dalla tubazione. L'acqua è movimentata da una pompa di potenza assorbita P_a e rendimento η. Il sistema è isotermo alla temperatura T.

1. Calcolare la portata d'acqua che fluisce nella tubazione in condizioni iniziali;
2. Se dopo un tempo t il livello di acqua nel serbatoio è H_t, calcolare la pressione dell'aria nello spazio del serbatoio pieno di aeriforme;
3. Proporre un modello per descrivere l'evoluzione nel tempo del livello di liquido nel serbatoio.

Dati. $D = 1.5$ m, $H_s = 2$ m, $P_0 = 1$ bar, $T = 20°C$, $d = 4$ cm, $L_{TOT} = 80$ m, $e_v = 0.70$, $\Delta h = 25$ m, $P_a = 2$ kW,
$\eta = 80\%$, $H_t = 0.8$ m.

$D := 1.5\cdot m$ $\quad H_s := 2\cdot m$ $\quad d := 4cm$ $\quad L_{tot} := 80\cdot m$ $\quad e_v := 0.70$ $\quad \Delta h := 25\cdot m$ $\quad P_a := 2\cdot kW$ $\quad \eta := 80\%$

$H_t := 0.8\cdot m$ $\quad P_0 := 1\cdot bar$ $\quad T := 20\,°C$

Bilancio di energia meccanica tra il pelo libero del pozzo e lo sbocco della tubazione

$$\frac{v_1^2}{2} + g\cdot h_1 + \frac{P_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + g\cdot h_2 + \frac{P_2}{\rho} + E_v + W \qquad E_v = \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(N_{Re},\frac{\varepsilon}{d}\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right) \qquad W = \frac{-P_a\cdot\eta}{\left(\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot v_t\cdot\rho\right)}$$

semplificando, nelle condizioni iniziali, le pressioni sono uguali

$$\Sigma e_v := 0.45 + 2\cdot e_v + 1 = 2.85$$

$$\rho := 1000\cdot\frac{kg}{m^3} \qquad \mu := 0.001\cdot Pa\cdot s$$

$$-g\cdot\Delta h = \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(\frac{v_t\cdot d}{\nu_w},0\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right) + \frac{-P_a\cdot\eta}{\left(\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot v_t\cdot\rho\right)}$$

che è una equazione nell'incognita v.t, che si può riscrivere trascurando le perdite di carico si ottiene una prima stima della velocità

$$-g\cdot\Delta h = \frac{-4\cdot P_a\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot v_t\cdot\rho} \qquad \text{da cui} \qquad v_t := \frac{-4\cdot P_a\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot(-g\cdot\Delta h)\cdot\rho} = 5.193\,\frac{m}{s}$$

Given

$$-g\cdot\Delta h = \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(\frac{v_t\cdot d}{\nu_w(T)},0\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right) + \frac{-P_a\cdot\eta}{\left(\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot v_t\cdot\rho\right)} \qquad v_t := \mathrm{Minerr}(v_t) = 3.042\,\frac{m}{s}$$

$$N_{Re} := \frac{v_t\cdot d}{\nu_w(T)} = 1.15\times 10^5 \qquad f\left(\frac{v_t\cdot d}{\nu_w(T)},0\right) = 4.329\times 10^{-3} \qquad V_p := \frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot v_t = 3.822\times 10^{-3}\,\frac{m^3}{s}$$

la soluzione per tentativi è (lentamente) convergente, partendo dalla stima ottenuta trascurando le perdite di carico:

$$v_t := \frac{-4\cdot P_a\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot(-g\cdot\Delta h)\cdot\rho} =$$

$$v_t := \frac{-4\cdot P_a\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot\left[-g\cdot\Delta h - \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(\frac{v_t\cdot d}{\nu_w(T)},0\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right]\cdot\rho} = 1.811\,\frac{m}{s}$$

$$v_1 := v_t$$

$$v_t := \frac{-4\cdot P_a\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot\left[-g\cdot\Delta h - \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(\frac{v_t\cdot d}{\nu_w(T)},0\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right]\cdot\rho} = 4.065\,\frac{m}{s}$$

Trattandosi di una soluzione oscillante, prendo la media di due valori successivi

$$v_2 := v_t$$

$$v_t := \frac{1}{2}\cdot(v_1 + v_2) = 2.938\,\frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4\cdot P_a\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot\left[-g\cdot\Delta h - \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(\frac{v_t\cdot d}{\nu_w(T)},0\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right]\cdot\rho} = 3.121\,\frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4\cdot P_a\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot\left[-g\cdot\Delta h - \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(\frac{v_t\cdot d}{\nu_w(T)},0\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right]\cdot\rho} = 2.983\,\frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4\cdot P_a\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot\left[-g\cdot\Delta h - \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(\frac{v_t\cdot d}{\nu_w(T)},0\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right]\cdot\rho} = 3.086\,\frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4\cdot P_a\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot\left[-g\cdot\Delta h - \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(\frac{v_t\cdot d}{\nu_w(T)},0\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right]\cdot\rho} = 3.009\,\frac{m}{s}$$

Al sesto tentativo si può considerare trovata la soluzione

$$v_t := \frac{-4\cdot P_a\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot\left[-g\cdot\Delta h - \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(\frac{v_t\cdot d}{\nu_w(T)},0\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right]\cdot\rho} = 3.067\,\frac{m}{s}$$

$$V_0 := \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H_s \qquad V_t := \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \left(H_s - H_t\right) \qquad P_t := \frac{P_0 \cdot V_0}{V_t} = 1.667 \cdot bar \qquad P_0 \cdot \frac{H_s}{H_s - H_t} = 1.667 \cdot bar$$

Modello completo

Bilancio di materia sul serbatoio

$$\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \rho \cdot \frac{d}{dt} H(t) = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \rho \cdot v_t \qquad H(t = 0) = 0$$

Bilancio di energia meccanica tra il pozzo (1) e il serbatoio (2)

$$\frac{v_1^{\,2}}{2} + g \cdot h_1 + \frac{P_1}{\rho} = \frac{v_2^{\,2}}{2} + g \cdot h_2 + \frac{P_2(t)}{\rho} + E_v + \frac{-P_a \cdot \eta}{\left(\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v_t \cdot \rho\right)}$$

Con

$$P_2(t) = P_0 \cdot \frac{H_s}{H_s - H(t)}$$

Soluzione numerica: ad ogni istante di tempo si risolve il BdEM ottenendo v.t, che si introduce nel BdM.