Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2015-2016

Cognome	Nome	Matricola	Firma

E-mail:

Problema 1. Un lenzuolo quadrato steso ad asciugare si può assimilare ad una lastra piana verticale, di lato L e di spessore $2x_1$, con una umidità iniziale omogenea pari a ρ_{W0}. Il lenzuolo, alla temperatura omogenea T_0, è in aria stagnante e secca a temperatura T_a. Le temperature non variano né con la posizione né nel tempo. L'acqua nel tessuto viene trasportata con un meccanismo pseudo-diffusivo, e la diffusività apparente dell'acqua nel tessuto vale D_W. La relazione di equilibrio tra concentrazione di acqua nel lenzuolo e in aria è la seguente: $\rho_W = K_{eq} M_W C_W$, in cui ρ_W è la concentrazione massica di acqua nel lenzuolo, C_W è la concentrazione molare di acqua in aria, M_W è la massa molecolare dell'acqua e K_{eq} è la costante di equilibrio. Per la tensione di vapore dell'acqua usare la legge di Antoine o relazione simile, la diffusività del vapor d'acqua in aria è descritta dalla legge $D_{AW}(T) = D_0 T^n$ con T in K.

1. Determinare se l'analisi del processo di asciugatura va effettuata a parametri concentrati o a parametri distribuiti;
2. Calcolare i coefficienti di scambio di materia e di calore tra lenzuolo e aria;
3. Il lenzuolo si può considerare asciutto quando in qualunque posizione l'umidità è inferiore o uguale al valore ρ_{Wf}. Calcolare dopo quanto tempo si asciuga il lenzuolo.

Dati. $L = 2$ m, $x_1 = 2$ mm, $\rho_{W0} = 40$ kg/m^3, $T_0 = 10$°C, $T_a = 25$°C, $D_W = 10^{-8}$ m^2/s, $\rho_{Wf} = 0.5$ kg/m^3, $K_{eq} = 10000$, $D_0 = 1.87 \cdot 10^{-10}$ m^2/s, $n = 2.072$.

Problema 2. Una soluzione polimerica di densità ρ e di viscosità μ è contenuta in un serbatoio cilindrico di diametro D, e lo riempie fino ad un livello H_0. Dal fondo del serbatoio parte un tubo liscio verticale di diametro interno d e lunghezza L, aperto all'atmosfera. Al tempo zero viene rimosso un tappo posto al termine del tubo verticale.

1. Proporre il modello descrittivo dello svuotamento del serbatoio, nell'ipotesi che il moto del fluido avvenga completamente in regime laminare e potendo trascurare le perdite di carico concentrate;
2. Se il tempo di svuotamento è t_S, calcolare la viscosità della soluzione. Verificare le ipotesi di moto laminare e di trascurabilità delle perdite di carico concentrate;
3. Verificare se, per un fluido di viscosità $\mu/10^3$, l'ipotesi di regime laminare nello svuotamento è verificata.

Dati. $D = 2$ m, $\rho = 1200$ kg/m^3, $H_0 = 1.5$ m, $d = 2.5$ cm, $L = 3$ m, $t_s = 10$ h.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Un lenzuolo quadrato steso ad asciugare si può assimilare ad una lastra piana verticale, di lato L e di spessore $2x_1$, con una umidità iniziale omogenea pari a ρ_{W0}. Il lenzuolo, alla temperatura omogenea T_0, è in aria stagnante e secca a temperatura T_a. Le temperature non variano né con la posizione né nel tempo. L'acqua nel tessuto viene trasportata con un meccanismo pseudo-diffusivo, e la diffusività apparente dell'acqua nel tessuto vale D_W. La relazione di equilibrio tra concentrazione di acqua nel lenzuolo e in aria è la seguente: $\rho_W = K_{eq} M_W C_W$, in cui ρ_W è la concentrazione massica di acqua nel lenzuolo, C_W è la concentrazione molare di acqua in aria, M_W è la massa molecolare dell'acqua e K_{eq} è la costante di equilibrio. Per la tensione di vapore dell'acqua usare la legge di Antoine o relazione simile, la diffusività del vapor d'acqua in aria è descritta dalla legge $D_{AW}(T) = D_0 T^n$ con T in K.

1. Determinare se l'analisi del processo di asciugatura va effettuata a parametri concentrati o a parametri distribuiti;
2. Calcolare i coefficienti di scambio di materia e di calore tra lenzuolo e aria;
3. Il lenzuolo si può considerare asciutto quando in qualunque posizione l'umidità è inferiore o uguale al valore ρ_{Wf}. Calcolare dopo quanto tempo si asciuga il lenzuolo.

Dati $L = 2$ m, $x_1 = 2$ mm, $\rho_{W0} = 40$ kg/m³, $T_0 = 10$°C, $T_a = 25$°C, $D_W = 10^{-8}$ m²/s, $\rho_{Wf} = 0.5$ kg/m³, $K_{eq} = 10000$, $D_0 = 1.87 \cdot 10^{-10}$ m²/s, $n = 2.072$.

$L := 2 \cdot m \qquad x_1 := 2 \cdot mm \qquad \rho_{W0} := 40 \cdot \frac{kg}{m^3} \qquad T_0 := 10\,°C \qquad T_a := 25\,°C \qquad D_W := 10^{-8} \cdot \frac{m^2}{s} \qquad \rho_{Wf} := 0.5 \cdot \frac{kg}{m^3}$

diffusività dell'acqua in aria

$M_W := 18 \cdot \frac{gm}{mol} \qquad K_{eq} := 10^4 \qquad D_{AW}(T) := 1.87 \cdot 10^{-10} \frac{m^2}{s} \cdot \left(\frac{T}{K}\right)^{2.072}$

$T_f := \frac{T_0 + T_a}{2} = 17.5 \cdot °C \qquad N_{Pr.A}(T_f) = 0.715 \qquad k_A(T_f) = 0.025 \cdot \frac{W}{m \cdot K} \qquad \mu_A(T_f) = 1.803 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s} \qquad \rho_A(T_f) = 1.221 \frac{kg}{m^3}$

$$N_{Gr} := \frac{L^3 \cdot \rho_A(T_f)^2 \cdot g \cdot \frac{1}{T_f} \cdot |T_0 - T_a|}{\mu_A(T_f)^2} = 1.856 \times 10^{10}$$

$\nu_A(T_f) = 1.477 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s} \qquad D_{AW}(T_f) = 2.377 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}$

$N_{Gr} \cdot N_{Pr.A}(T_f) = 1.327 \times 10^{10}$

$N_{Nu} := 0.59 \cdot (N_{Gr} \cdot N_{Pr.A}(T_f))^{0.25} = 200.243$

$h := \frac{k_A(T_f) \cdot N_{Nu}}{L} = 2.538 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$

$N_{Sc} := \frac{\nu_A(T_f)}{D_{AW}(T_f)} = 0.622 \qquad N_{Sh} := 0.59 (N_{Gr} \cdot N_{Sc})^{0.25} = 193.364$

$k_c := \frac{D_{AW}(T_f) \cdot N_{Sh}}{L} = 2.298 \times 10^{-3} \frac{m}{s}$

flusso di acqua nel lenzuolo $\quad \frac{D_W}{x_1} \cdot \Delta\rho_{W.lenz} = k_c \cdot \Delta C_{W.air} \cdot M_W \quad$ flusso di acqua nell'aria

relazione di equilibrio $\quad \Delta\rho_{W.lenz} = K_{eq} \cdot \Delta C_{W.air.equivalente} \cdot M_W$

$N_{Bi.materia} := \frac{k_c}{K_{eq} \cdot \frac{D_W}{x_1}} = 0.046 \qquad N_{Bi.materia} < 1 \qquad$ parametri concentrati

Bilancio di materia (acqua) sul lenzuolo

$L^2 \cdot 2 \cdot x_1 \cdot \left(\frac{d}{dt}\rho_W\right) = -2 \cdot L^2 \cdot k_c \cdot M_W \cdot \Delta C_W = -2 \cdot L^2 \cdot k_c \cdot M_W \cdot C_{tot} \cdot x_{SAT} \qquad \rho_W(t = 0) = \rho_{W0}$

$C_{tot} \cdot x_{SAT} = \frac{P_{sat.w}(T_f)}{R \cdot T_f} \qquad \frac{P_{sat.w}(T_f)}{R \cdot T_f} = 0.832 \frac{mol}{m^3}$

$$\rho_W(t) := \rho_{W0} - \frac{\left(k_c \cdot M_W \cdot \frac{P_{sat.w}(T_f)}{R \cdot T_f}\right)}{x_1} \cdot t$$

$$t_{asciugatura} := \frac{x_1}{\left(k_c \cdot M_W \cdot \frac{P_{sat.w}(T_f)}{R \cdot T_f}\right)} \cdot (\rho_{W0} - \rho_{Wf}) = 2.296 \times 10^3 s$$

Problema 2. Una soluzione polimerica di densità ρ e di viscosità μ è contenuta in un serbatoio cilindrico di diametro D, e lo riempie fino ad un livello H_0. Dal fondo del serbatoio parte un tubo liscio verticale di diametro interno d e lunghezza L, aperto all'atmosfera. Al tempo zero viene rimosso un tappo posto al termine del tubo verticale.

1. Proporre il modello descrittivo dello svuotamento del serbatoio, nell'ipotesi che il moto del fluido avvenga completamente in regime laminare e potendo trascurare le perdite di carico concentrate;
2. Se il tempo di svuotamento è t_S, calcolare la viscosità della soluzione. Verificare le ipotesi di moto laminare e di trascurabilità delle perdite di carico concentrate;
3. Verificare se, per un fluido di viscosità $\mu/10^3$, l'ipotesi di regime laminare nello svuotamento è verificata.

Dati. $D = 2$ m, $\rho = 1200$ kg/m³, $H_0 = 1.5$ m, $d = 2.5$ cm, $L = 3$ m, $t_s = 10$ h.

$D := 2m \qquad H_0 := 1.5\cdot m \qquad d := 2.5\cdot cm \qquad L := 3\cdot m \qquad t_s := 10\cdot hr \qquad \rho := 1200\cdot\frac{kg}{m^3}$

Bilancio di materia sul serbatoio

$$\rho\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot\frac{d}{dt}H(t) = -\rho\cdot\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot v_t$$

semplificando

$$\frac{d}{dt}H(t) = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 v_t$$

e quindi

$$\frac{d}{dt}H(t) = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 \frac{g\cdot d\cdot\rho\cdot(H(t)+L)}{32\cdot\mu}$$

Bilancio di energia meccanica tra la sezione '1' pelo libero e '2' uscita dal tubo verticale di scarico

$$\frac{v_1^2}{2} + g\cdot h_1 + \frac{P_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + g\cdot h_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(1 + 0.45 + \frac{4\cdot f\cdot L}{d}\right)$$

$$g\cdot(H(t)+L) = \frac{v_t^2}{2}\cdot\frac{4\cdot f\cdot L}{d}$$

in regime laminare $\quad f = \frac{16}{N_{Re}} = \frac{16\cdot\mu}{v_t\cdot d\cdot\rho}$

$$g\cdot(H(t)+L) = \frac{v_t^2}{2}\cdot\frac{4\cdot L}{d}\cdot\frac{16\cdot\mu}{v_t\cdot d\cdot\rho} = \frac{32\cdot v_t\cdot\mu}{d\cdot\rho}$$

da cui $\quad v_t = \frac{g\cdot d\cdot\rho\cdot(H(t)+L)}{32\cdot\mu}$

$$H(t=0) = H_0$$

$$\ln\left(\frac{H(t)+L}{H_0+L}\right) = -\left(\frac{d}{D}\right)^2\frac{g\cdot d\cdot\rho\cdot(H(t)+L)}{32\cdot\mu}\cdot t$$

$$\ln\left(\frac{L}{H_0+L}\right) = -\left(\frac{d}{D}\right)^2\frac{g\cdot d\cdot\rho\cdot(H(t)+L)}{32\cdot\mu}\cdot t_s$$

$$\mu := -\left(\frac{d}{D}\right)^2\cdot\frac{g\cdot d\cdot\rho}{32\cdot\ln\left(\frac{L}{H_0+L}\right)}\cdot t_s = 127.544\cdot Pa\cdot s$$

La velocità massima è quella iniziale (quando il battente è massimo) nel tubo. Quindi

$$v_0 := \frac{g\cdot d\cdot\rho\cdot(H_0+L)}{32\cdot\mu} = 0.324\,\frac{m}{s} \qquad N_{Re} := \frac{v_0\cdot d\cdot\rho}{\mu} = 0.076$$

il moto è laminare

le perdite di carico concentrate valgono (imbocco e sbocco) $\quad 1.45$

le perdite di carico distribuite valgono $\quad \frac{4\cdot L}{d}\,\frac{16\cdot\mu}{v_0\cdot d\cdot\rho} = 1.007\times10^5 \quad$ l'ipotesi di trascurare le concentrate è corretta

Se la viscosità è più bassa

$$v_0 := \frac{g\cdot d\cdot\rho\cdot(H_0+L)}{32\cdot\frac{\mu}{1000}} = 324.372\,\frac{m}{s} \qquad N_{Re} := \frac{v_0\cdot d\cdot\rho}{\frac{\mu}{1000}} = 7.63\times10^4$$

il moto non è più laminare