# Principi di Ingegneria Chimica
# Anno Accademico 2014-2015

| Cognome | Nome | Matricola | Firma |
|---|---|---|---|
| | | | |

**E-mail:**

**Problema 1.** Una lastra metallica a base quadrata di lato $W$ e spessore $2x_1$, inizialmente alla temperatura $T_0$, è esposta ad un flusso d'aria fredda a temperatura $T_a$, che la investe tangenzialmente con velocità $v_a$. Dopo un tempo $t_1$, la temperatura superficiale della lastra è scesa a $T_s$, mentre la temperatura del piano mediano della lastra è scesa a $T_c$. Calcolare:

1. Il coefficiente di scambio per convezione tra la lastra e l'aria, $h$, considerando per i parametri fisici le condizioni all'inizio del percorso di raffreddamento;
2. La conducibilità termica, $k$, e la diffusività termica, $\alpha$, del metallo;
3. La quantità di calore totale, $Q_{tot}$, che la lastra cederà all'aria in un tempo infinito.

**Dati.** $W = 10$ cm, $x_1 = 2$ mm, $T_0 = 100$°C, $T_a = 5$°C, $v_a = 5$ m/s, $t_1 = 5$ min, $T_s = 10.2$°C, $T_c = 16.0$°C.

**Problema 2.** Un serbatoio sferico di diametro interno $D_i$ e spessore di parete trascurabile è completamente colmo di acqua liquida alla temperatura di solidificazione $T_0$. La parete esterna del serbatoio è ricoperta da uno strato di naftalina di spessore iniziale $\delta_0$, ed è investita da un flusso di aria fredda, pura, a velocità $v_a$. Tutto il sistema è a pressione atmosferica ed è isotermo alla temperatura $T_0$. Per la naftalina la tensione di sublimazione sia $P^{subl}$ e la diffusività in aria sia $D_{AB}$ (A = naftalina, B = aria), la densità sia $\rho_A$ e la massa molecolare sia $M_A$, inoltre i calori latenti siano (in valore assoluto) $\Delta H_A^{subl}$ e $\Delta H_w^{fus}$ (w = acqua).
Calcolare:

1. Il coefficiente di scambio di materia per convezione esterno alla sfera, $k_C$;
2. Dopo quanto tempo la naftalina è completamente sublimata;
3. Quanta acqua è passata allo stato solido quando la naftalina è completamente sublimata.

**Dati.** $D_i = 10$ cm, $T_0 = 0$°C, $\delta_0 = 1$ mm, $v_a = 3$ m/s, $P^{subl} = 2$ kPa, $D_{AB} = 10^{-6}$ m²/s, $\rho_A = 1140$ kg/m³, $M_A = 0.128$ kg/mol, $\Delta H_A^{subl} = 120$ kJ/kg, $\Delta H_w^{fus} = 330$ kJ/kg.

**Istruzioni:** compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Prova scritta – 17 febbraio 2016

**Problema 2.** Un serbatoio sferico di diametro interno $D_i$ e spessore di parete trascurabile è completamente colmo di acqua liquida alla temperatura di solidificazione $T_0$. La parete esterna del serbatoio è ricoperta da uno strato di naftalina di spessore iniziale $\delta_0$, ed è investita da un flusso di aria fredda, pura, a velocità $v_a$. Tutto il sistema è a pressione atmosferica ed è isotermo alla temperatura $T_0$. Per la naftalina la tensione di sublimazione sia $P^{subl}$ e la diffusività in aria sia $D_{AB}$ (A = naftalina, B = aria), la densità sia $\rho_A$ e la massa molecolare sia $M_A$, inoltre i calori latenti siano (in valore assoluto) $\Delta H_A^{subl}$ e $\Delta H_w^{fus}$ (w = acqua).

Calcolare:

1. Il coefficiente di scambio di materia per convezione esterno alla sfera, $k_C$;
2. Dopo quanto tempo la naftalina è completamente sublimata;
3. Quanta acqua è passata allo stato solido quando la naftalina è completamente sublimata.

**Dati.** $D_i = 10$ cm, $T_0 = 0$°C, $\delta_0 = 1$ mm, $v_a = 3$ m/s, $P^{subl} = 2$ kPa, $D_{AB} = 10^{-6}$ m²/s, $\rho_A = 1140$ kg/m³, $M_A = 0.128$ kg/mol, $\Delta H_A^{subl} = 120$ kJ/kg, $\Delta H_w^{fus} = 330$ kJ/kg.

$D_i := 10 \cdot cm \quad T_0 := 0\,°C = 273.15K \quad v_a := 3 \cdot \frac{m}{s} \quad P_{subl} := 2 \cdot kPa \quad D_{AB} := 10^{-6} \frac{m^2}{s} \quad M_A := 128 \cdot \frac{gm}{mol}$

$\Delta H_{a.subl} := 120 \cdot \frac{kJ}{kg} \quad \Delta H_{w.fus} := 330 \cdot \frac{kJ}{kg} \quad \delta_0 := 1 \cdot mm \quad R = 8.314 \frac{J}{mol \cdot K} \quad \rho_A := 1140 \cdot \frac{kg}{m^3}$

$D_{e0} := D_i + 2 \cdot \delta_0 = 0.102m$

$\nu_A(T_0) = 1.323 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}$

$N_{Re} := \frac{v_a \cdot D_{e0}}{\nu_A(T_0)} = 2.314 \times 10^4 \quad N_{Sc} := \frac{\nu_A(T_0)}{D_{AB}} = 13.227 \quad N_{Sh} := 2.0 + 0.60 \cdot N_{Re}^{0.5} \cdot N_{Sc}^{0.33} = 215.977$

$N_{Sh} = \frac{k_C \cdot D_{e0}}{D_{AB}} \quad k_C := \frac{D_{AB} \cdot N_{Sh}}{D_{e0}} = 2.117 \times 10^{-3} \frac{m}{s}$

Volume di naftalina $\quad V(t) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left[ (2 \cdot \delta + D_i)^3 - D_i^3 \right]$

Superficie esterna $\quad S(t) = \pi \cdot (2 \cdot \delta + D_i)^2$

Derivata temporale del volume $\quad \frac{d}{dt} V(t) = \frac{d}{dt} \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left[ (2 \cdot \delta + D_i)^3 - D_i^3 \right] \right] = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3 \cdot (2 \cdot \delta + D_i)^2 \cdot \left[ \frac{d}{dt} (2 \cdot \delta + D_i) \right] = 8 \cdot \pi \cdot (2 \cdot \delta + D_i)^2 \cdot \left( \frac{d}{dt} \delta \right)$

Bilancio di materia sullo strato di naftalina $\quad \frac{\rho_A}{M_A} \cdot \frac{d}{dt} V(t) = -k_C \cdot S(t) (C_{As} - C_{A.inf})$

$C_{As} = C_{tot} \cdot \frac{P_{subl}}{P_{tot}} = \frac{P_{subl}}{R \cdot T_0} \quad C_{A.inf} = 0 \quad \delta(t = 0) = \delta_0$

$\frac{\rho_A}{M_A} \cdot 8 \cdot \pi \cdot (2 \cdot \delta + D_i)^2 \cdot \left( \frac{d}{dt} \delta \right) = -k_C \cdot \pi \cdot (2 \cdot \delta + D_i)^2 \cdot \frac{P_{subl}}{R \cdot T_0} \quad \frac{\rho_A}{M_A} \cdot 8 \cdot \left( \frac{d}{dt} \delta \right) = -k_C \cdot \frac{P_{subl}}{R \cdot T_0}$

$\delta(t) = \delta_0 - k_C \cdot \frac{P_{subl}}{R \cdot T_0} \cdot \frac{M_A}{8 \cdot \rho_A} \cdot t \quad t_{subl} := \frac{\delta_0}{\left( k_C \cdot \frac{P_{subl}}{R \cdot T_0} \cdot \frac{M_A}{8 \cdot \rho_A} \right)} = 10.613 \cdot hr$

$t_{subl} = 3.821 \times 10^4 s \quad t_{subl} = 636.808 \cdot min$

calore necessario alla naftalina per sublimare $\rho_A \cdot V(t = 0) \cdot \Delta H_{a.subl}$

calore ceduto dall'acqua (che perciò congela) $m_{ice} \cdot \Delta H_{w.fus}$

$$m_{ice} := \rho_A \cdot \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left[\left(2 \cdot \delta_0 + D_i\right)^3 - D_i^3\right]\right] \cdot \frac{\Delta H_{a.subl}}{\Delta H_{w.fus}} = 0.106\,kg$$

Il recipiente contiene inizialmente $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot D_i^3 = 4.189\,L$ corrispondenti a $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot D_i^3 \cdot 1000 \cdot \frac{kg}{m^3} = 4.189\,kg$ di acqua liquida

**Problema 1.** Una lastra metallica a base quadrata di lato $W$ e spessore $2x_1$, inizialmente alla temperatura $T_0$, è esposta ad un flusso d'aria fredda a temperatura $T_a$, che la investe tangenzialmente con velocità $v_a$. Dopo un tempo $t_1$, la temperatura superficiale della lastra è scesa a $T_s$, mentre la temperatura del piano mediano della lastra è scesa a $T_c$. Calcolare:

1. Il coefficiente di scambio per convezione tra la lastra e l'aria, $h$, considerando per i parametri fisici le condizioni all'inizio del percorso di raffreddamento;
2. La conducibilità termica, $k$, e la diffusività termica, $\alpha$, del metallo;
3. La quantità di calore totale, $Q_{tot}$, che la lastra cederà all'aria in un tempo infinito.

**Dati.** $W = 10$ cm, $x_1 = 2$ mm, $T_0 = 100°C$, $T_a = 5°C$, $v_a = 5$ m/s, $t_1 = 5$ min, $T_s = 10.2°C$, $T_c = 16.0°C$.

$W := 10 \cdot cm$ $\quad x_1 := 2 \cdot mm$ $\quad T_0 := 100\,°C$ $\quad T_a := 5\,°C$ $\quad v_a := 5 \cdot \frac{m}{s}$ $\quad t_1 := 5 \cdot min$ $\quad T_s := 10.2\,°C$ $\quad T_c := 16\,°C$

$T_f := \frac{T_0 + T_a}{2} = 52.5 \cdot °C$ $\quad \nu_A(T_f) = 1.805 \times 10^{-5}\,\frac{m^2}{s}$ $\quad k_A(T_f) = 0.28\,\frac{m \cdot kg}{s^3} \cdot \frac{W}{m \cdot K}$ $\quad N_{Pr.A}(T_f) = 0.709$

$$N_{Re} := \frac{v_a \cdot W}{\nu_A(T_f)} = 2.77 \times 10^4$$

$$j(N_{Re}) := \left[0.664 \cdot N_{Re}^{-0.5} + \mathrm{if}\left[5 \cdot 10^5 < N_{Re} < 1 \cdot 10^8, \left[1 - \left(\frac{5 \cdot 10^5}{N_{Re}}\right)^{0.8}\right] \cdot 0.036 \cdot \left(\frac{1}{N_{Re}^{0.2}}\right), 0\right]\right] \qquad j(N_{Re}) = 3.99 \times 10^{-3}$$

$$N_{Nu} := j(N_{Re}) \cdot N_{Re} \cdot N_{Pr.A}(T_f)^{0.333} = 98.54$$

$$h := N_{Nu} \cdot \frac{k_A(T_f)}{W} = 27.544 \cdot \frac{watt}{m^2 \cdot K}$$

$$\theta_S := \frac{T_s - T_a}{T_0 - T_a} = 0.055$$

$$\theta_C := \frac{T_c - T_a}{T_0 - T_a} = 0.116$$

Dal grafico

$$m_1 := 0.5 \qquad m_1 = \frac{k}{h \cdot x_1}$$

$$X := 2 \qquad X = \frac{\alpha}{x_1^{2}} \cdot t_1$$

$$k := m_1 \cdot h \cdot x_1 = 0.028 \cdot \frac{watt}{m \cdot K}$$

$$\alpha := \frac{X \cdot x_1^{2}}{t_1} = 2.667 \times 10^{-8}\, \frac{m^2}{s}$$

$$\rho C_P := \frac{k}{\alpha} = 1.033 \times 10^{6} \cdot \frac{J}{m^3 \cdot K}$$

$$Q := \left(W^2 \cdot 2 \cdot x_1\right) \cdot \rho C_P \cdot \left(T_0 - T_a\right) = 3.925 \cdot kJ$$