Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2014-2015

Cognome	Nome	Matricola	Firma

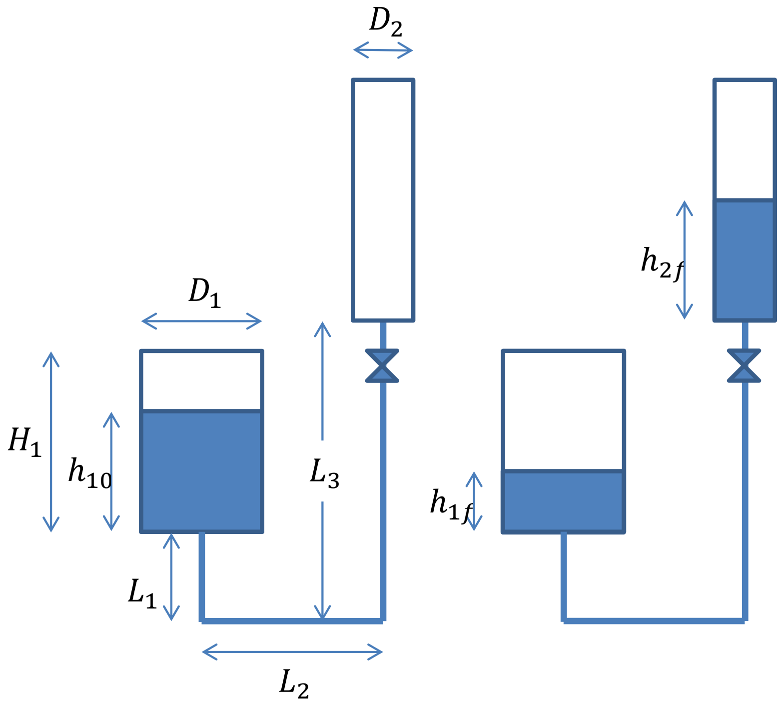
E-mail:

Problema 1. Una sfera, di raggio R, conducibilità k, densità ρ, calore specifico $\hat{C}_P$ e temperatura iniziale T_0, è lasciata cadere in aria calda a temperatura T_a. Dopo un tempo t^*, la superficie della sfera si porta a temperatura $T_s(t^*)$ e il centro della sfera si porta a temperatura $T_c(t^*)$. Calcolare:

1. La velocità terminale di caduta della sfera, v_{ss};
2. Il coefficiente di scambio di calore per convezione tra la sfera e l'aria, h, (in condizioni iniziali, quando la superficie della sfera è a temperatura T_0);
3. Il tempo t^*.

Dati. $R = 0.25$ cm, $k = 0.226$ W/(m·K); $\rho = 800$ kg/m^3; $\hat{C}_P = 5$ kJ/(kg·K) ; $T_0 =$ 5°C, $T_a = 200$°C, $T_s(t^*) = 184$°C, $T_c(t^*) = 163$°C.

Problema 2. Due serbatoi cilindrici sono disposti come in figura. Il serbatoio numero 1 inizialmente contiene acqua fino alla quota h_{20}, sovrastata da aria alla pressione P_{10}, mentre il serbatoio numero 2 è inizialmente vuoto ed è aperto all'atmosfera (in figura, a sinistra). I due serbatoi sono in collegamento mediante una tubazione di diametro interno d e scabrezza relativa k/d, con due curve a 90° (di coefficiente di perdita per attrito pari a $e_{v,curva}$) e una valvola a saracinesca, inizialmente chiusa. All'istante 0 la valvola viene aperta e parte dell'acqua si sposta dal serbatoio 1 al serbatoio 2, fino alla situazione finale (in figura, a destra). Considerando il sistema isotermo, e trascurando le solubilità reciproche di acqua in aria:



1. Calcolare le quote finali, h_{1f} e h_{2f}, e la pressione finale nel primo serbatoio, P_{1f};
2. Calcolare il valore iniziale della portata di acqua che si sposta dal serbatoio 1 al serbatoio 2.
3. Proporre inoltre un modello che descriva il transitorio di svuotamento del serbatoio 1 e di riempimento del serbatoio 2.

Dati. $D_1 = 2$ m, $H_1 = 2$ m, $D_2 = 1$ m, $L_1 = 2$ m, $L_2 = 100$ m, $L_3 = 6$ m, $h_{10} = 1.7$ m, $d = 2.5$ cm, $k/d = 0.001$, $e_{v,curva} = 0.9$, $P_{10} = 5$ bar.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Una sfera, di raggio R, conducibilità k, densità ρ, calore specifico $\hat{C}_P$ e temperatura iniziale T_0, è lasciata cadere in aria calda a temperatura T_a. Dopo un tempo t^*, la superficie della sfera si porta a temperatura $T_s(t^*)$ e il centro della sfera si porta a temperatura $T_c(t^*)$. Calcolare:

1. La velocità terminale di caduta della sfera, v_{ss};
2. Il coefficiente di scambio di calore per convezione tra la sfera e l'aria, h, (in condizioni iniziali, quando la superficie della sfera è a temperatura T_0);
3. Il tempo t^*.

Dati $R = 0.25$ cm, $k = 0.226$ W/(m·K); $\rho = 800$ kg/m³; $\hat{C}_P = 5$ kJ/(kg·K) ; $T_0 = 5$°C, $T_a = 200$°C, $T_s(t^*) = 184$°C, $T_c(t^*) = 163$°C.

$R := 0.25 \cdot cm$ $\quad \rho := 800 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $\quad C_P := 5 \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K}$ $\quad k := 0.226 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$ $\quad T_0 := 5\,°C$ $\quad T_a := 200\,°C$

$T_c := 163\,°C$ $\quad T_s := 184\,°C$

$T_{film} := \frac{T_a + T_0}{2} = 102.5 \cdot °C$ $\quad \rho_{aria} := \rho_A(T_{film}) = 0.944 \frac{kg}{m^3}$ $\quad \mu_{aria} := \mu_A(T_{film}) = 2.188 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s}$

$D := 2 \cdot R$

$\alpha := \frac{k}{\rho \cdot C_P} = 5.65 \times 10^{-8} \frac{m^2}{s}$ $\quad C_{P.aria} := C_{P.A}(T_{film}) = 1.011 \cdot \frac{kJ}{K \cdot kg}$ $\quad k_A(T_{film}) = 0.031 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$

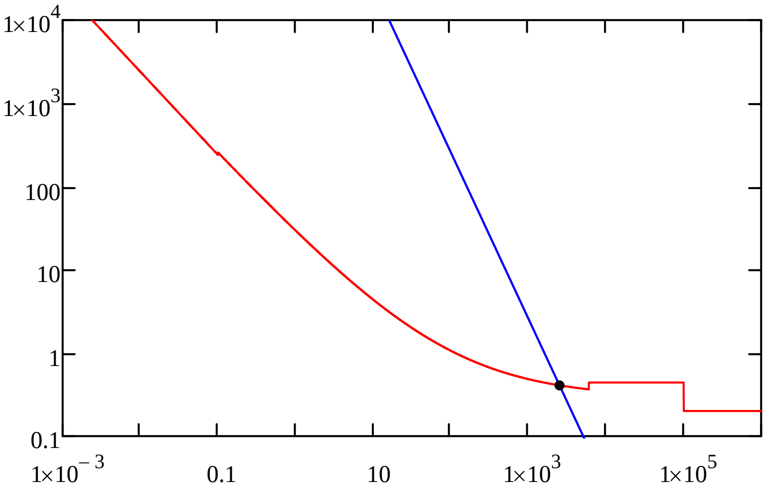
$$C := \frac{D \cdot \rho_{aria}}{\mu_{aria}} \cdot \sqrt{\frac{4}{3} \cdot D \cdot g \cdot \frac{\rho - \rho_{aria}}{\rho_{aria}}} = 1.605 \times 10^3$$

$f_1(N_{Re}) := C^2 \cdot N_{Re}^{-2}$ $\quad f_1(100) = 257.69$ $\quad f_1(1000) = 2.577$

$N_{Re} := 100$ $\quad$ Given $\quad f_1(N_{Re}) = f_s(N_{Re})$ $\quad N_{Re} := \mathrm{Minerr}(N_{Re})$

$N_{Re} = 2.515 \times 10^3$ $\quad f_s(N_{Re}) = 0.408$ $\quad v_{inf} := \frac{N_{Re} \cdot \mu_{aria}}{D \cdot \rho_{aria}}$ $\quad v_{inf} = 11.65 \frac{m}{s}$

$lRe := -3, -2.999 .. 6$



$N_{Pr} := N_{Pr.A}(T_{film}) = 0.703$

$N_{Nu} := 2 + 0.6 \cdot N_{Re}^{0.5} \cdot N_{Pr}^{0.33} = 28.788$

$h := \frac{N_{Nu} \cdot k_A(T_{film})}{D} = 181.044 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$

$$N_{Bi} := \frac{h \cdot D}{k} = 4.005$$

Parametri distribuiti

$$m_1 := \frac{k}{h \cdot R} = 0.499$$

$$m = 0.5$$

$$Y_c := \frac{T_c - T_a}{T_0 - T_a} = 0.19$$

$n = 0$ al centro

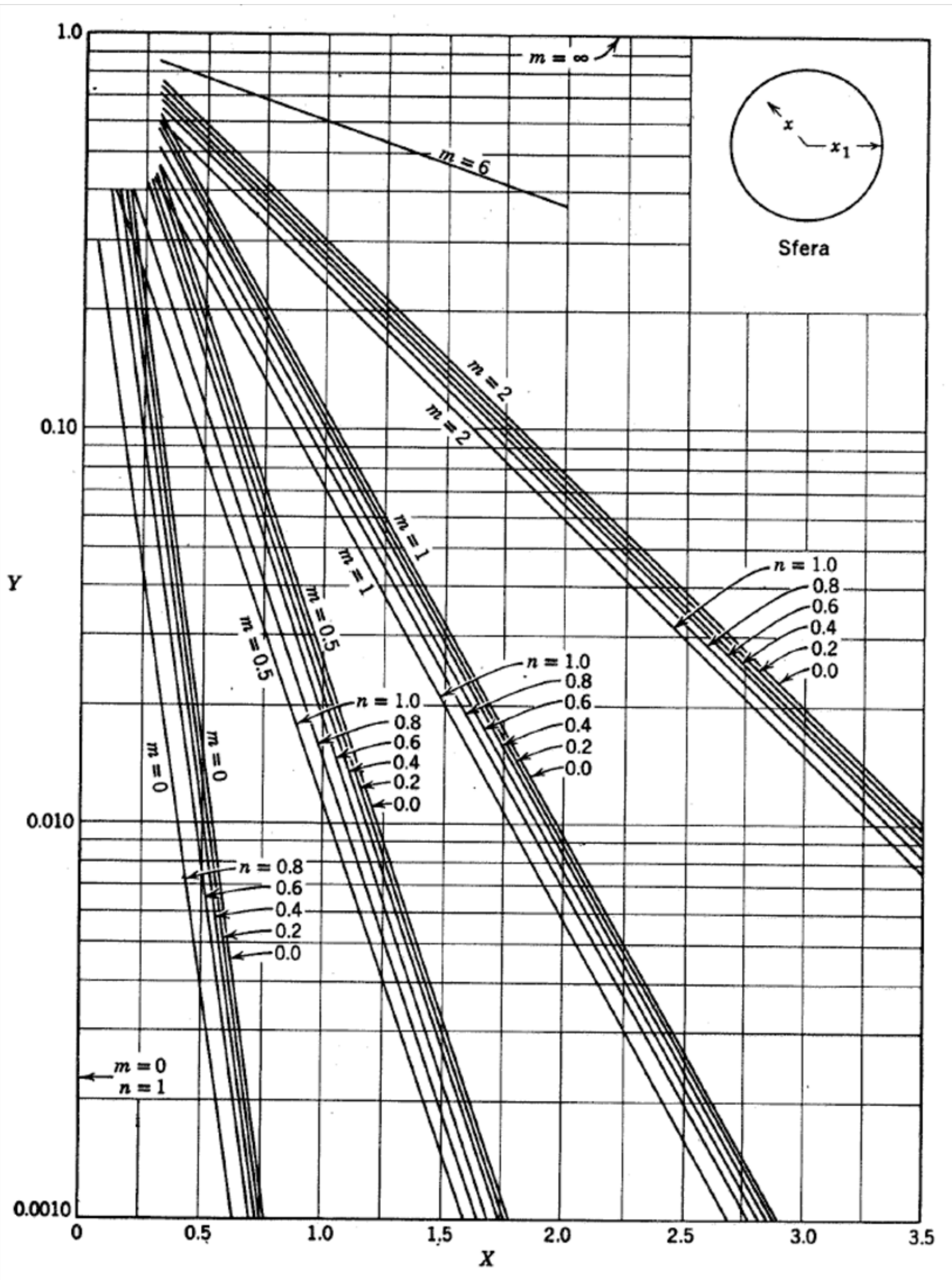
$$Y_s := \frac{T_s - T_a}{T_0 - T_a} = 0.082$$

$n = 1$ in superficie

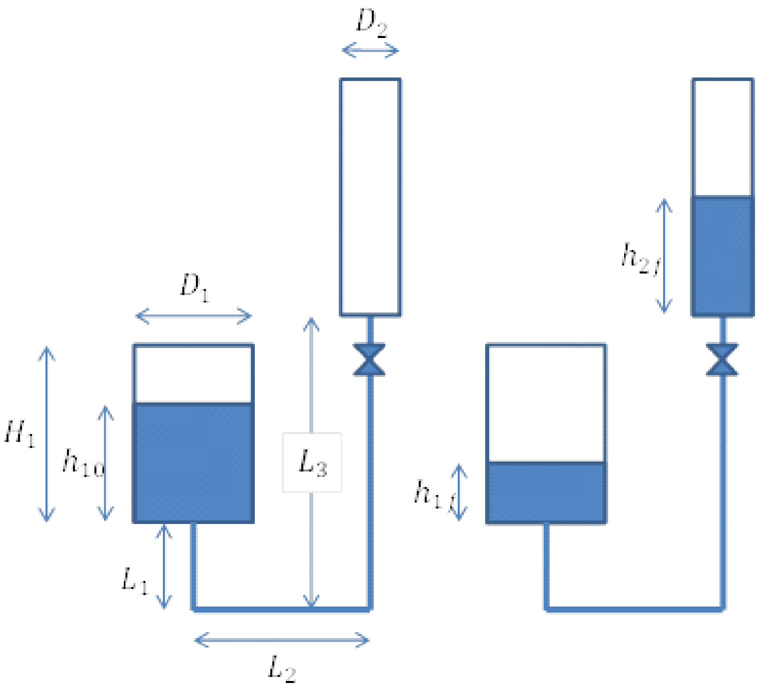
Dal grafico della sfera si legge

$$X := 0.5$$

$$t° := R^2 \cdot \frac{X}{\alpha} = 55.31\ s$$



Problema 2. Due serbatoi cilindrici sono disposti come in figura. Il serbatoio numero 1 inizialmente contiene acqua fino alla quota h_{20}, sovrastata da aria alla pressione P_{10}, mentre il serbatoio numero 2 è inizialmente vuoto ed è aperto all'atmosfera (in figura, a sinistra). I due serbatoi sono in collegamento mediante una tubazione di diametro interno d e scabrezza relativa k/d, con due curve a 90° (di coefficiente di perdita per attrito pari a $e_{v,curva}$) e una valvola a saracinesca, inizialmente chiusa. All'istante 0 la valvola viene aperta e parte dell'acqua si sposta dal serbatoio 1 al serbatoio 2, fino alla situazione finale (in figura, a destra). Considerando il sistema isotermo, e trascurando le solubilità reciproche di acqua in aria:



1. Calcolare le quote finali, h_{1f} e h_{2f}, e la pressione finale nel primo serbatoio, P_{1f};
2. Calcolare il valore iniziale della portata di acqua che si sposta dal serbatoio 1 al serbatoio 2.
3. Proporre inoltre un modello che descriva il transitorio di svuotamento del serbatoio 1 e di riempimento del serbatoio 2.

Dati. $D_1 = 2$ m, $H_1 = 2$ m, $D_2 = 1$ m, $L_1 = 2$ m, $L_2 = 100$ m, $L_3 = 6$ m, $h_{10} = 1.7$ m, $d = 2.5$ m, $k/d = 0.001$, $e_{v,curva} = 0.9$, $P_{10} = 5$ bar.

$D_1 := 2 \cdot m$ $\quad H_1 := 2 \cdot m$ $\quad D_2 := 1 \cdot m$ $\quad L_1 := 2 \cdot m$ $\quad L_2 := 100 \cdot m$ $\quad L_3 := 6 \cdot m$ $\quad h_{10} := 1.7 \cdot m$

$d := 2.5 \cdot cm$ $\quad \varepsilon := 0.001$ $\quad \rho := 1000 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $\quad \mu := 0.001 \cdot \frac{kg}{m \cdot s}$ $\quad e_{v.valvola} := 0.2$ $\quad P_2 := 1 \cdot bar$

$e_{v.curva} := 0.9$ $\quad P_{10} := 5 \cdot bar$

massa persa da '1' = massa acquisita da '2'

$$\frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot (h_{10} - h_{1f}) = \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot h_{2f} \qquad \text{(A)}$$

pressione in '1' (per un sistema isotermo, PV = costante)

$$P_{10} \cdot \frac{\pi D_1^2}{4} \cdot (H_1 - h_{10}) = P_{1f} \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot (H_1 - h_{1f}) \qquad \text{(B)}$$

Bilancio di energia meccanica 1-2 in condizioni finali

$$\frac{P_2}{\rho} + (h_{2f} + L_3) \cdot g = \frac{P_{1f}}{\rho} + (h_{1f} + L_1) \cdot g \qquad \text{(C)}$$

Tre equazioni (A, B e C), in tre incognite: h_{1f}, h_{2f} e P_{1f}.

$$h_{2f} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \cdot (h_{10} - h_{1f}) \qquad \text{(A')}$$

$$P_{1f} = P_{10} \cdot \frac{(H_1 - h_{10})}{(H_1 - h_{1f})} \qquad \text{(B')}$$

Inserendo (A') e (B') in (C) si ha una equazione (di secondo grado) nella sola incognita h_{1f}

$h_{1f} := 1 \cdot m$

Given
$$\frac{P_2}{\rho} + \left[\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \cdot (h_{10} - h_{1f}) + L_3\right] \cdot g = \frac{P_{10}}{\rho} \cdot \frac{(H_1 - h_{10})}{(H_1 - h_{1f})} + (h_{1f} + L_1) \cdot g \qquad h_{1f} := \text{Minerr}(h_{1f}) = 1.034\ m$$

$$h_{2f} := \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \cdot (h_{10} - h_{1f}) = 2.665\ m \qquad P_{1f} := P_{10} \cdot \frac{(H_1 - h_{10})}{(H_1 - h_{1f})} = 1.552\ bar$$

$$L_{tot} := L_1 + L_2 + L_3 = 108\ m$$

All'istante 0, all'apertura della valvola, il BdEM 1-2 è:

$$\Sigma e_v := 0.45 + 2 \cdot e_{v.curva} + e_{v.valvola} + 1 = 3.45$$

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{P_{10}}{\rho} + (h_{10} + L_1) \cdot g = \frac{v_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + L_3 \cdot g + \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 \cdot f\left(\frac{v_t \cdot d \cdot \rho}{\mu}, 0\right) \cdot \frac{L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)$$

trascurando le velocità dei peli liberi si risolve per tentativi su v_t:

$$v_t := 1 \cdot \frac{m}{s}$$

Given
$$\frac{P_{10}}{\rho} + (h_{10} + L_1) \cdot g = \frac{P_2}{\rho} + L_3 \cdot g + \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 \cdot f\left(\frac{v_t \cdot d \cdot \rho}{\mu}, \varepsilon\right) \cdot \frac{L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)$$

$$v_t := \text{Minerr}(v_t) = 2.72\ \frac{m}{s} \qquad N_{Re} := \frac{v_t \cdot d \cdot \rho}{\mu} = 6.801 \times 10^4 \qquad f(N_{Re}, \varepsilon) = 5.704 \times 10^{-3}$$

$$V_{p0} := \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v_t = 1.335 \times 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$$

Modello completo

Svuotamento del serbatoio 1
$$\rho \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot \frac{d}{dt} h_1(t) = -\rho \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v_t(t) \qquad h_1(t = 0) = h_{10}$$

Riempimento del serbatoio 2
$$\rho \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot \frac{d}{dt} h_2(t) = \rho \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v_t(t) \qquad h_2(t = 0) = 0$$

Diminuzione della pressione dell'aeriforme in '1'
$$P_{10} \cdot \frac{\pi D_1^2}{4} \cdot (H_1 - h_{10}) = P_1(t) \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot (H_1 - h_1(t))$$

BdEM 1-2
$$\frac{P_1(t)}{\rho} + (h_1(t) + L_1) \cdot g = \frac{P_2}{\rho} + (h_2(t) + L_3) \cdot g + \frac{v_t(t)^2}{2} \cdot \left(4 \cdot f\left(\frac{v_t(t) \cdot d \cdot \rho}{\mu}, \varepsilon\right) \cdot \frac{L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)$$

Quattro equazioni in quattro funzioni del tempo incognite: h_{1f}, h_{2f}, P_{1f} e v_t.