Cognome	Nome	Matricola	Firma

Problema 1. Una sezione anulare è costituita da un tubo interno di raggio esterno R_2 e da un tubo esterno di raggio interno R_1.

1. Determinare i profili di sforzo, τ_{rz}, e di velocità assiale, v_z, per un fluido newtoniano che scorra in questa sezione allo stato stazionario;
2. Se la sezione è posta in verticale e vi scorre acqua a temperatura ambiente, per effetto della sola gravità, si osserva una portata volumetrica $\dot{V}_{acqua}$. Calcolare i raggi minore, R_1, e maggiore, R_2, della sezione anulare.
3. Se la stessa sezione è posta in orizzontale e vi si forza un fluido newtoniano diverso dall'acqua, per effetto di una perdita di carico pari a $\Delta\mathcal{P}/L$ si osserva una portata volumetrica $\dot{V}_{fluido}$. Calcolare la viscosità μ_{fluido}.

Dati. $R_1/R_2 = 0.8$, $\dot{V}_{acqua} = 15$ litri/s, $\Delta\mathcal{P}/L = 50$ kPa/m, $\dot{V}_{fluido} = 20$ litri/s.

Problema 2. Una sferetta di materiale combustibile di raggio R_1 e di conducibilità k_c allo stato stazionario è sede di una generazione volumetrica di calore G, ed è ricoperta da uno strato di isolante di spessore s_{iso} (con conducibilità k_{iso}). La sfera, di raggio complessivo R_2, è immersa in un recipiente molto grande pieno di acqua in quiete alla temperatura T_∞. La temperatura superficiale della sfera allo stato stazionario è T_2.

1. Calcolare il termine di generazione volumetrica;
2. Determinare i profili di temperatura nella sfera di combustibile (per $r \le R_1$) e di isolante (per $R_1 < r \le R_2$);
3. Calcolare la temperatura massima del sistema, dove si realizza, e la temperatura dell'interfaccia tra combustibile e isolante.

Dati. $R_1 = 1$ cm, $s_{iso} = 2$ cm, $T_\infty = 20$°C, $T_2 = 90$°C, $k_c = 10$ W/(m·K), $k_{iso} = 1$ W/(m·K).

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Una sezione anulare è costituita da un tubo interno di raggio esterno R_2 e da un tubo esterno di raggio interno R_1.

1. Determinare i profili di sforzo, τ_{rz}, e di velocità assiale, v_z, per un fluido newtoniano che scorra in questa sezione allo stato stazionario;
2. Se la sezione è posta in verticale e vi scorre acqua a temperatura ambiente, per effetto della sola gravità, si osserva una portata volumetrica $\dot{V}_{acqua}$. Calcolare i raggi minore, R_1, e maggiore, R_2, della sezione anulare.
3. Se la stessa sezione è posta in orizzontale e vi si forza un fluido newtoniano diverso dall'acqua, per effetto di una perdita di carico pari a $\Delta\mathcal{P}/L$ si osserva una portata volumetrica $\dot{V}_{fluido}$. Calcolare la viscosità μ_{fluido}.

Dati. $R_1/R_2 = 0.8$, $\dot{V}_{acqua} = 15$ litri/s, $\Delta\mathcal{P}/L = 50$ kPa/m, $\dot{V}_{fluido} = 20$ litri/s.

$T := 25\,°C$

$\kappa = \dfrac{R_1}{R_2}$ $\qquad R = R_2$

1A) $$\tau_{rz} = \frac{\Delta P\cdot R}{2\cdot L}\cdot\left[\left(\frac{r}{R}\right) - \frac{1-\kappa^2}{2\cdot\ln\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\cdot\left(\frac{R}{r}\right)\right] = \frac{\Delta P}{2\cdot L}\cdot R_2\cdot\left[\left(\frac{r}{R_2}\right) - \frac{1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2}{2\cdot\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}\cdot\left(\frac{R_2}{r}\right)\right]$$

(eq. 2.4-12, p. 49)

(eq. 2.4-13, p. 55) sulla mia edizione

1B) $$v_z = \frac{\Delta P\cdot R^2}{4\cdot\mu\cdot L}\cdot\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2 + \frac{1-\kappa^2}{2\cdot\ln\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\cdot\ln\left(\frac{r}{R}\right)\right] = \frac{\Delta P\cdot R_2^{\,2}}{4\cdot\mu\cdot L}\cdot\left[1-\left(\frac{r}{R_2}\right)^2 + \frac{1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2}{2\cdot\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}\cdot\ln\left(\frac{r}{R_2}\right)\right]$$

(eq. 2.4-13, p. 49)

(eq. 2.4-14, p. 55) sulla mia edizione

$$V_p = \frac{\pi\cdot\Delta P\cdot R^4}{8\cdot\mu\cdot L}\cdot\left[\left(1-\kappa^4\right) - \frac{\left(1-\kappa^2\right)^2}{\ln\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\right] = \frac{\pi\cdot\Delta P\cdot R_2^{\,4}}{8\cdot\mu\cdot L}\cdot\left[\left[1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^4\right] - \frac{\left[1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right]^2}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}\right]$$

(eq. 2.4-16, p. 50)

(eq. 2.4-17, p. 55) sulla mia edizione

Per una condotta verticale, con il solo effetto della gravità $\qquad \dfrac{\Delta P}{L} = \rho\cdot g \qquad \rho_w(T)\cdot g = 9.78\times 10^3\cdot\dfrac{Pa}{m}$

$\kappa := 0.8 \qquad V_{p.w} := 15\cdot\frac{L}{s}$

$$R_2 := \left[\frac{V_{p.w}\cdot 8\cdot \mu_w(T)}{\pi\cdot\rho_w(T)\cdot g\cdot\left[\left(1-\kappa^4\right)-\frac{\left(1-\kappa^2\right)^2}{\ln\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\right]}\right]^{\frac{1}{4}} = 2.467\cdot cm$$

$$\mu_w(T) = 9.109\times 10^{-4}\,\frac{kg}{m\cdot s}$$

$$\rho_w(T) = 997.278\,\frac{kg}{m^3}$$

$$\left[\left(1-\kappa^4\right)-\frac{\left(1-\kappa^2\right)^2}{\ln\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\right] = 9.608\times 10^{-3}$$

$R_1 := \kappa\cdot R_2 = 1.973\cdot cm$

$\Delta P\_L := 50000\cdot\frac{Pa}{m} \qquad V_{p.f} := 20\cdot\frac{L}{s} \qquad R := R_2$

$$\mu_f := \frac{\pi\cdot\Delta P\_L\cdot R^4}{8\cdot V_{p.f}}\cdot\left[\left(1-\kappa^4\right)-\frac{\left(1-\kappa^2\right)^2}{\ln\left(\frac{1}{\kappa}\right)}\right] = 3.493\times 10^{-3}\cdot Pa\cdot s$$

Problema 2. Una sferetta di materiale combustibile di raggio R_1 e di conducibilità k_c allo stato stazionario è sede di una generazione volumetrica di calore G, ed è ricoperta da uno strato di isolante di spessore s_{iso} (con conducibilità k_{iso}). La sfera, di raggio complessivo R_2, è immersa in un recipiente molto grande pieno di acqua in quiete alla temperatura T_∞. La temperatura superficiale della sfera allo stato stazionario è T_2.

1. Calcolare il termine di generazione volumetrica;
2. Determinare i profili di temperatura nella sfera di combustibile (per $r \le R_1$) e di isolante (per $R_1 < r \le R_2$);
3. Calcolare la temperatura massima del sistema, dove si realizza, e la temperatura dell'interfaccia tra combustibile e isolante.

Dati. $R_1 = 1$ cm, $s_{iso} = 2$ cm, $T_\infty = 20°C$, $T_2 = 90°C$, $k_c = 10$ W/(m·K), $k_{iso} = 1$ W/(m·K).

$R_1 := 1\cdot cm \qquad s_{iso} := 2\cdot cm \qquad T_{inf} := 20\,°C \qquad T_2 := 90\,°C \qquad T_f := \dfrac{T_{inf} + T_2}{2} = 55\cdot °C \qquad k_c := 10\cdot\dfrac{W}{m\cdot K} \qquad k_{iso} := 1\cdot\dfrac{W}{m\cdot K}$

$R_2 := R_1 + s_{iso} = 3\cdot cm$

Per una sfera immersa in un fluido in quiete $\qquad N_{Nu} := 2 \qquad h := \dfrac{N_{Nu}\cdot k_w(T_f)}{2\cdot R_2} = 21.532\cdot\dfrac{W}{m^2\cdot K}$

$q_2 = \dfrac{Q}{4\cdot\pi\cdot R_2^2} = h\cdot(T_2 - T_{inf}) \qquad Q := 4\cdot\pi\cdot R_2^2\cdot h\cdot(T_2 - T_{inf}) = 17.047\,W \qquad G := \dfrac{Q}{\left(\dfrac{4\cdot\pi}{3}\cdot R_1^3\right)} = 4.07\times 10^6\cdot\dfrac{W}{m^3}$

Attenzione! La generazione c'è solo nella sfera di combustibile

Nel combustibile $\qquad \dfrac{1}{r^2}\cdot\dfrac{d}{dr}(r^2\cdot q_r) = G \qquad r^2\cdot q_r = \dfrac{G\cdot r^3}{3} + C_1 \qquad q_r = \dfrac{G\cdot r}{3} + \dfrac{C_1}{r^2}$

con la condizione al contorno $\qquad q_r(r = 0) = \text{finito} \qquad ==> \qquad C_1 = 0$

usando la legge di Fourier $\qquad q_r = -k_c\cdot\dfrac{d}{dr}T = \dfrac{G\cdot r}{3} \qquad dT = \dfrac{-G}{3\cdot k_c}\cdot r\cdot dr \qquad T = \dfrac{-G}{6\cdot k_c}\cdot r^2 + C_2$

con la condizione al contorno $\qquad T(r = R_1) = T_1 \qquad ==> \qquad C_2 = T_1 + \dfrac{G\cdot R_1^2}{6\cdot k_c}$

profilo di temperatura nel combustibile $\qquad T_c(r) = T_1 + \dfrac{G\cdot R_1^2}{6k_c}\cdot\left[1 - \left(\dfrac{r}{R_1}\right)^2\right]$

Nell'isolante $\qquad \dfrac{1}{r^2}\cdot\dfrac{d}{dr}(r^2\cdot q_r) = 0 \qquad r\cdot q_r = C_1 \qquad q_r = \dfrac{C_1}{r}$

con la condizione al contorno $\qquad q_r(r = R_2) = q_2 = \dfrac{Q}{4\cdot\pi\cdot R_2^2} \qquad ==> \qquad C_1 = R_2\cdot q_2$

$$q_2 := \frac{Q}{4\cdot\pi\cdot R_2^{\,2}} = 1.507\times 10^3\cdot\frac{W}{m^2} \qquad C_1 := R_2\cdot q_2 = 45.218\cdot\frac{W}{m}$$

usando la legge di Fourier

$$q_r = -k_{iso}\cdot\frac{d}{dr}T = \frac{R_2\cdot q_2}{r} \quad ==> \quad dT = -\frac{R_2\cdot q_2}{k_{iso}\cdot r}\cdot dr$$

$$T = -\frac{R_2\cdot q_2}{k_{iso}}\cdot\ln(r) + C_2$$

con la condizione al contorno

$$T(r = R_2) = T_2 \quad ==> \quad C_2 = T_2 + \frac{R_2\cdot q_2}{k_{iso}}\cdot\ln(R_2)$$

profilo di temperatura nell'isolante

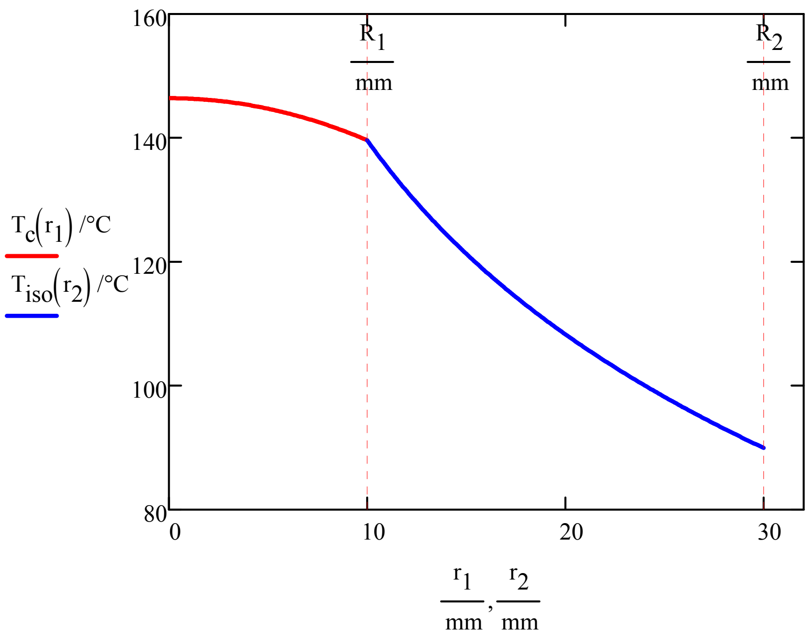
$$T_{iso}(r) = T_2 + \frac{R_2\cdot q_2}{k_{iso}}\cdot\ln\left(\frac{R_2}{r}\right)$$

$$T_{iso}(r) := T_2 + \frac{R_2\cdot q_2}{k_{iso}}\cdot\ln\left(\frac{R_2}{r}\right) \qquad T_1 := T_{iso}(R_1) = 139.677\cdot °C$$

$$T_c(r) := T_1 + \frac{G\cdot R_1^{\,2}}{6k_c}\cdot\left[1 - \left(\frac{r}{R_1}\right)^2\right] \qquad T_c(R_1) = 139.677\cdot °C$$

$$T_c(0\cdot m) = 146.459\cdot °C$$

$$r_1 := 0\cdot mm, 0.1\cdot mm .. R_1 \qquad r_2 := R_1, R_1 + 0.1\cdot mm .. R_2$$



La temperatura massima è al centro della sfera di combustibile

$$T_c(0\cdot m) = 146.459\cdot °C$$

La temperatura di interfaccia si può calcolare da uno dei due profili

$$T_{iso}(R_1) = 139.677\cdot °C$$

$$T_c(R_1) = 139.677\cdot °C$$