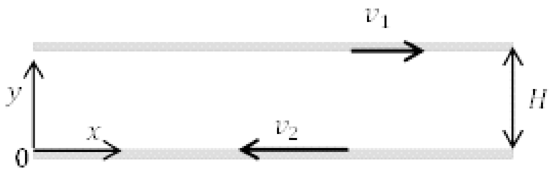
Problema 1. Una fenditura è costituita da due lamine semi-infinite, disposte come in figura ad una distanza reciproca H. Tra le due lamine c'è un fluido newtoniano di viscosità μ, e le due lamine sono poste in movimento con velocità v_1 e v_2. La fenditura mette in comunicazione due ambienti posti alla stessa pressione.



1. Determinare il profilo degli sforzi, $\tau_{xy}(y)$, e delle velocità, $v_x(y)$;
2. Determinare la posizione y in corrispondenza della quale si ha velocità nulla, e il valore dello sforzo in quella posizione;
3. Calcolare la portata volumetrica (per unità di larghezza della fenditura) netta di fluido che si sposta da un ambiente all'altro, e chiarire il verso di tale portata.

Dati. $\mu = 0.01$ Pa·s, $H = 0.02$ m, $|v_1| = 1$ m/s, $|v_2| = 2$ m/s.

$\mu := 0.01 \cdot \mathrm{Pa \cdot s}$ $\quad H := 0.02 \cdot \mathrm{m}$ $\quad v_1 := 1 \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\quad v_2 := -2 \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Bilancio della componente x della quantità di moto nella fenditura (stato stazionario)

$$\frac{d}{dy}\tau_{xy} = 0 \qquad \tau_{xy} = C_1$$

Introduciamo Newton e integriamo di nuovo

$$-\left(\mu \cdot \frac{d}{dy} v_x\right) = C_1 \qquad v_x = -\frac{C_1}{\mu} \cdot y + C_2$$

Alla parete inferiore (y=0) la velocità è v.2

$$v_2 = -\frac{C_1}{\mu} \cdot 0 + C_2 \qquad C_2 = v_2$$

Alla parete superiore (y=H) la velocità è v.1

$$v_1 = -\frac{C_1}{\mu} \cdot H + v_2 \qquad C_1 = (v_2 - v_1) \cdot \frac{\mu}{H}$$

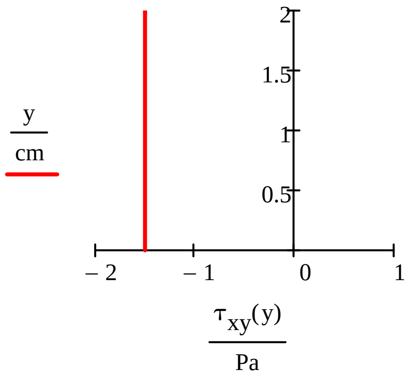
Quindi (il profilo del)lo sforzo è $\quad \tau_{xy}(y) := (v_2 - v_1) \cdot \frac{\mu}{H}$

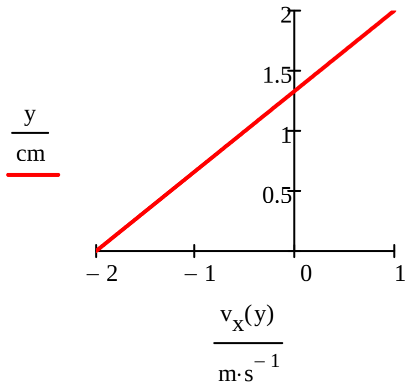
E il profilo della velocità è $\quad v_x(y) := v_2 - (v_2 - v_1) \cdot \frac{y}{H}$

$y := 0 \cdot \mathrm{cm}, 0.01 \cdot \mathrm{cm} .. H$

$$y° := -\frac{H \cdot v_2}{v_1 - v_2} = 1.333 \cdot \mathrm{cm}$$

$$\tau_{xy}(y°) = -1.5\,\mathrm{Pa}$$





$$V_P = \int_0^W \left(\int_0^H v_x(y)\,dy\right) dz = W \cdot \int_0^H \left[v_2 - (v_2 - v_1) \cdot \frac{y}{H}\right] dy$$

$$\frac{V_P}{W} = v_2 \cdot H - \frac{v_2 - v_1}{H} \cdot \frac{H^2}{2} = \frac{v_2}{2} \cdot H + \frac{v_1}{2} \cdot H$$

$$\frac{v_2}{2} \cdot H + \frac{v_1}{2} \cdot H = -0.01\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$$

Problema 2. Un recipiente adiabatico contiene un volume V_1 di acqua ben agitata, inizialmente alla temperatura T_1^0. All'istante 0, nel recipiente vengono introdotte N sferette di diametro D, fatte di acciaio (di proprietà costanti ρ_A, k_A, $\hat{C}_{P,A}$), inizialmente alla temperatura T_2^0. A causa dell'agitazione, il numero di Reynolds locale nei pressi della superficie delle sfere vale N_{Re}.

1. Calcolare la temperatura di stato stazionario che sarà raggiunta dal sistema acqua+sferette;
2. Calcolare il coefficiente di scambio interfase, h, tra una sferetta e l'acqua, e chiarire se l'analisi del transitorio termico va condotta a parametri distribuiti o concentrati;
3. Calcolare dopo quanto tempo la differenza di temperatura tra l'acqua e il centro di una sfera si riduce ad un ventesimo di quella iniziale.

Considerare le proprietà dell'acqua costanti sui valori iniziali.

Dati $V_1 = 0.5$ litri, $T_1^0 = 50$°C, $N = 5$, $D = 2$ cm, $\rho_A = 7000$ kg/m^3, $k_A = 45$ W/(m·K), $\hat{C}_{P,A} = 0.5$ kJ/(kg·K), $T_2^0 = 5$°C, $N_{Re} = 200$.

$V_1 := 0.5\cdot\text{liter}$ $\quad T_{10} := 50\,°C$ $\quad N := 5$ $\quad D := 2\text{cm}$ $\quad \rho_{Ac} := 7000\cdot\frac{kg}{m^3}$ $\quad k_{Ac} := 45\cdot\frac{W}{m\cdot K}$ $\quad C_{P.Ac} := 0.5\cdot\frac{kJ}{kg\cdot K}$

$T_{20} := 5\,°C$ $\quad N_{Re} := 200$ $\quad T_{f0} := \frac{T_{10}+T_{20}}{2} = 27.5\,°C$

$\rho_W := \rho_w(T_{f0}) = 996.74\,\frac{kg}{m^3}$ $\quad C_{P.W} := C_{P.w}(T_{f0}) = 4.177\cdot\frac{kJ}{kg\cdot K}$ $\quad k_W := k_w(T_{f0}) = 0.609\cdot\frac{W}{m\cdot K}$

$N_{Pr.W} := N_{Pr.w}(T_{f0}) = 5.82$

Entalpia iniziale = Entalpia finale

$$\rho_W\cdot C_{P.W}\cdot V_1\cdot(T_{10}-T_{rif}) + \rho_{Ac}\cdot C_{P.Ac}\cdot\left(N\cdot\frac{\pi\cdot D^3}{6}\right)\cdot(T_{20}-T_{rif}) = \rho_W\cdot C_{P.W}\cdot V_1\cdot(T_{ss}-T_{rif}) + \rho_{Ac}\cdot C_{P.Ac}\cdot\left(N\cdot\frac{\pi\cdot D^3}{6}\right)\cdot(T_{ss}-T_{rif})$$

$$T_{ss} := \frac{\rho_{Ac}\cdot C_{P.Ac}\cdot\left(N\cdot\frac{\pi\cdot D^3}{6}\right)T_{20} + \rho_W\cdot C_{P.W}\cdot V_1\cdot T_{10}}{\rho_{Ac}\cdot C_{P.Ac}\cdot\left(N\cdot\frac{\pi\cdot D^3}{6}\right) + \rho_W\cdot C_{P.W}\cdot V_1} = 48.469\cdot°C$$

$T_{ss} = 321.619\,K$

$T_{ss} = 48.469\cdot°C$

$N_{Nu} := 2 + 0.6\cdot N_{Re}^{0.5}\cdot N_{Pr.W}^{0.33} = 17.173$

$h := \frac{N_{Nu}\cdot k_W}{D} = 522.88\cdot\frac{W}{m^2\cdot K}$

$\frac{h\cdot D}{6\cdot k_{Ac}} = 0.039$ $\quad N_{Bi} := \frac{h\cdot D}{k_{Ac}} = 0.232$

N.Bi < 1 ---> parametri concentrati

Bilancio sull'acqua $\quad \rho_W\cdot C_{P.W}\cdot V_1\cdot\frac{d}{dt}T_1 = -N\cdot\pi\cdot D^2\cdot h\cdot(T_1-T_2)$ $\quad T_1(t=0) = T_{10}$

Bilancio sulle sferette $\quad \rho_{Ac}\cdot C_{P.Ac}\cdot N\cdot\frac{\pi\cdot D^3}{6}\cdot\frac{d}{dt}T_2 = N\cdot\pi\cdot D^2\cdot h\cdot(T_1-T_2)$ $\quad T_2(t=0) = T_{20}$

$$\frac{d}{dt}\delta = \frac{d}{dt}(T_1-T_2) = -N\cdot\pi\cdot D^2\cdot h\cdot\left[\frac{1}{(\rho_W\cdot C_{P.W}\cdot V_1)} + \frac{1}{\left(\rho_{Ac}\cdot C_{P.Ac}\cdot N\cdot\frac{\pi\cdot D^3}{6}\right)}\right]\cdot(T_1-T_2) = -\frac{\delta}{\tau}$$

$$\tau := \left[N\cdot\pi\cdot D^2\cdot h\cdot\left[\frac{1}{(\rho_W\cdot C_{P.W}\cdot V_1)} + \frac{1}{\left(\rho_{Ac}\cdot C_{P.Ac}\cdot N\cdot\frac{\pi\cdot D^3}{6}\right)}\right]\right]^{-1} = 21.553\,s$$

$\delta_0 := T_{10} - T_{20} = 45\,K$

$\delta(t) := \delta_0\cdot\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)$ $\quad t(\delta) := -\tau\cdot\ln\left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)$ $\quad t\left(\frac{\delta_0}{20}\right) = 64.568\,s$