Cognome	Nome	Matricola	Firma

Problema 1. Una goccia sferica di olio, di diametro iniziale D_0 e densità ρ_O, cade in aria alla sua velocità terminale di caduta. L'aria è a temperatura T_A e a pressione P, l'olio è a temperatura T_O, le temperature rimangono costanti nel tempo. La tensione di vapore dell'olio alla temperatura T_O è P_O, la diffusività dell'olio (vapore) in aria è D_{OA}. Calcolare, nelle condizioni iniziali:

1. La velocità terminale di caduta della goccia;
2. Il flusso di calore scambiato per convezione tra la goccia e l'aria, il flusso di materia che evapora dalla goccia e il calore latente di evaporazione dell'olio.

Infine:

3. proporre un modello per descrivere l'evoluzione del diametro della goccia nel tempo, e descrivere il metodo di soluzione.

Dati. $D_0 = 5$ mm, $\rho_O = 800$ kg/m³, $T_A = 25$°C, P = 1 bar, $T_O = 5$°C, $P_O = 0.001$ bar, $D_{OA} = 10^{-6}$ m²/s.

Problema 2. Una pizza si può assimilare ad un disco sottile (lastra piana) di raggio R e spessore s, con le caratteristiche fisiche dell'acqua, inizialmente a temperatura T_0, e si comporta come un corpo grigio di emissività ε_P. Viene cotta in un forno a volta in cui le pareti sono corpi grigi di emissività ε_W, a temperatura T_W, perfettamente affacciate sulla pizza, e in cui l'aria è calda alla temperatura T_A. La superficie del forno sui cui è appoggiata la pizza si comporta come una parete adiabatica. Per questo sistema, il numero di Nusselt vale $N_{Nu} = A\left|\frac{T_{pizza}-T_{aria}}{K}\right|^{0.33}$, con lunghezza caratteristica data dalla radice quadrata dell'area della superficie esposta. Dopo un certo tempo, trascurando i fenomeni secondari (transizioni di fase, trasporto di materia e reazioni chimiche nella pizza, variazioni di colore e dunque di emissività, variazioni di forma), la pizza raggiunge lo stato stazionario. Calcolare:

1. La temperatura superficiale della pizza allo stato stazionario;
2. I flussi di calore scambiati tra la pizza e l'ambiente esterno per convezione e per irraggiamento, chiarendone i versi;

Infine:

3. chiarire se il trasporto di calore nella pizza nel transitorio va trattato a parametri distribuiti o concentrati, e proporre il relativo modello.

Dati. $R = 15$ cm, $s = 0.3$ cm, $\varepsilon_P = 0.2$, $\varepsilon_W = 0.5$, $T_W = 900$°C, $T_A = 100$°C, $A = 150$.

Problema 1. Una goccia sferica di olio, di diametro iniziale D_0 e densità ρ_O, cade in aria alla sua velocità terminale di caduta. L'aria è a temperatura T_A e a pressione P, l'olio è a temperatura T_O, le temperature rimangono costanti nel tempo. La tensione di vapore dell'olio alla temperatura T_O è P_O, la diffusività dell'olio (vapore) in aria è D_{OA}. Calcolare, nelle condizioni iniziali:

1. La velocità terminale di caduta della goccia;
2. Il flusso di calore scambiato per convezione tra la goccia e l'aria, il flusso di materia che evapora dalla goccia e il calore latente di evaporazione dell'olio.

Infine:

3. proporre un modello per descrivere l'evoluzione del diametro della goccia nel tempo, e descrivere il metodo di soluzione.

Dati. $D_0 = 5$ mm, $\rho_O = 800$ kg/m³, $T_A = 25$°C, P = 1 bar, $T_O = 5$°C, $P_O = 0.001$ bar, $D_{OA} = 10^{-6}$ m²/s.

$D_0 := 5 \cdot mm \quad T_A := 25°C \quad T_O := 5°C \quad D_{OA} := 10^{-6} \cdot \frac{m^2}{s} \quad \rho_O := 800 \cdot \frac{kg}{m^3} \quad T_f := \frac{T_A + T_O}{2} = 15 \cdot °C$

$P := 1 \cdot bar \quad P_O := 0.001 \cdot bar$

$$C := \frac{D_0}{\nu_A(T_f)} \cdot \sqrt{\frac{4}{3} \cdot D_0 \cdot g \cdot \frac{\rho_O - \rho_A(T_f)}{\rho_A(T_f)}} = 2.239 \times 10^3$$

$f_1(N_{Re}) := C^2 \cdot N_{Re}^{-2} \qquad x := -2, -1.99 .. 6$

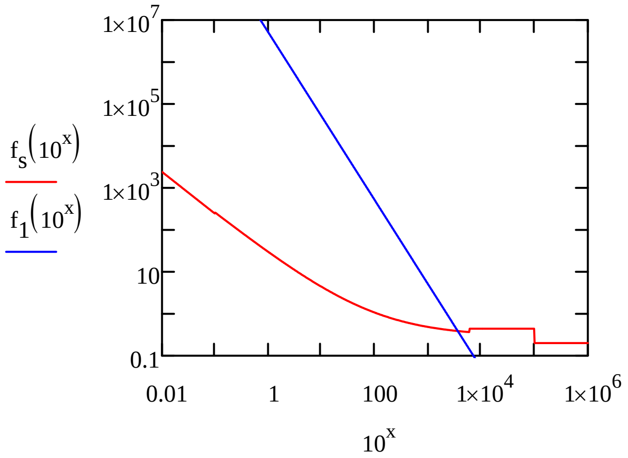
$N_{Re} := 1000$

Given

$f_1(N_{Re}) = f_s(N_{Re})$

$N_{Re} := \text{Minerr}(N_{Re}) = 3.598 \times 10^3$

$f_s(N_{Re}) = 0.387$



$$v_{inf} := \frac{N_{Re} \cdot \mu_A(T_f)}{D_0 \cdot \rho_A(T_f)} = 10.454 \frac{m}{s}$$

$N_{Nu} := 2 + 0.6 \cdot N_{Re}^{0.5} \cdot N_{Pr.A}(T_f)^{0.33} = 34.217 \qquad h := \frac{N_{Nu} \cdot k_A(T_f)}{D_0} = 172.252 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$

$q := h \cdot (T_A - T_O) = 3.445 \cdot \frac{kW}{m^2}$ calore che va dall'aria all'olio $\qquad q \cdot \pi \cdot D_0^2 = 0.271\ W$

$N_{Sc} := \frac{\nu_A(T_f)}{D_{OA}} = 14.533 \qquad N_{Sh} := 2 + 0.6 \cdot N_{Re}^{0.5} \cdot N_{Sc}^{0.33} = 89.049 \qquad k_c := \frac{N_{Sh} \cdot D_{OA}}{D_0} = 0.018 \frac{m}{s}$

$N_O := k_c \cdot \frac{1}{R \cdot T_O} \cdot (P_O) = 7.701 \times 10^{-4} \frac{mol}{m^2 \cdot s}$ flusso di olio che evapora $\qquad \Delta H := \frac{q}{N_O} = 4.473 \times 10^6 \cdot \frac{J}{mol}$

$$\frac{d}{dt} m_G = \rho_O \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \left(\frac{d}{dt} D(t)^3\right) = \rho_O \cdot \frac{\pi}{6} \cdot 3 \cdot D(t)^2 \cdot \left(\frac{d}{dt} D(t)\right) = -\pi \cdot D(t)^2 \cdot N_O = -\pi \cdot D(t)^2 \cdot k_C \cdot \frac{P_O}{R \cdot T_O} = -\pi \cdot D(t)^2 \cdot \frac{N_{Sh}(t) \cdot D_{OA}}{D(t)} \cdot \frac{P_O}{R \cdot T_O}$$

$D(t = 0) = D_0 \qquad$ (A)

Il numero di Sherwood è funzione (complessa) del tempo, perché nel tempo varia il diametro, quindi la velocità di caduta, quindi il numero di Reynolds. L'eq. (A) si risolve numericamente stimando, ad ogni passo temporale, D, poi v.inf, poi N.Re, poi N.Sh, e infine il secondo membro della (A).

Problema 2. Una pizza si può assimilare ad una disco sottile (lastra piana) di raggio R e spessore s, con le caratteristiche fisiche dell'acqua, inizialmente a temperatura T_0, e si comporta come un corpo grigio di emissività ε_P. Viene cotta in un forno a volta in cui le pareti sono corpi grigi di emissività ε_W, a temperatura T_W, perfettamente affacciate sulla pizza, e in cui l'aria è calda alla temperatura T_A. La superficie del forno sui cui è appoggiata la pizza si comporta come una parete adiabatica. Per questo sistema, il numero di Nusselt vale $N_{Nu} = A\left|\frac{T_{pizza} - T_{aria}}{K}\right|^{0.33}$, con lunghezza caratteristica data dalla radice quadrata dell'area della superficie esposta. Dopo un certo tempo, trascurando i fenomeni secondari (transizioni di fase, trasporto di materia e reazioni chimiche nella pizza, variazioni di colore e dunque di emissività, variazioni di forma), la pizza raggiunge lo stato stazionario. Calcolare:

1. La temperatura superficiale della pizza allo stato stazionario;
2. I flussi di calore scambiati tra la pizza e l'ambiente esterno per convezione e per irraggiamento, chiarendone i versi;

Infine:

3. chiarire se il trasporto di calore nella pizza nel transitorio va trattato a parametri distribuiti o concentrati, e proporre il relativo modello.

Dati. $R = 15$ cm, $s = 0.3$ cm, $\varepsilon_P = 0.8$, $\varepsilon_W = 0.7$, $T_W = 900°C$, $T_A = 100°C$, $A = 150$.

$R_P := 15 \cdot cm$ $\quad s_P := 0.3 \cdot cm$ $\quad \varepsilon_P := 0.2$ $\quad \varepsilon_W := 0.5$ $\quad T_A := 100\,°C$ $\quad A := 150$

$T_W := 900\,°C$ $\quad N_{Nu}(T_P) := A \cdot \left(\frac{T_P - T_A}{K}\right)^{0.33}$

$T_P := \frac{T_W + T_A}{2}$ $\quad h(T) := \frac{N_{Nu}(T) \cdot k_A(T)}{\sqrt{\pi \cdot R_P^2}}$

Given $\quad 0 = h(T_P) \cdot (T_P - T_A) + \sigma \cdot \varepsilon_P \cdot \left(T_P^4 - \varepsilon_W \cdot T_W^4\right)$ $\quad T_P := \mathrm{Minerr}(T_P) = 202.814 \cdot °C$ $\quad T_P = 475.964\,K$

$N_{Nu}(T_P) = 691.941$ $\quad h(T_P) = 98.798 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$

$q_{CN} := h(T_P) \cdot (T_P - T_A) = 1.016 \times 10^4 \cdot \frac{W}{m^2}$ calore per convezione, dalla pizza all'aria

$q_{IRR} := \sigma \cdot \varepsilon_P \cdot \left(T_P^4 - \varepsilon_W \cdot T_W^4\right) = -1.016 \times 10^4 \cdot \frac{W}{m^2}$ calore per irraggiamento, dalle pareti del forno alla pizza

$N_{Bi} := \frac{k_w(T_P)}{h(T_P) \, s_P} = 2.204$ parametri concentrati (si considera lo spessore come lunghezza caratteristica perché la superficie di appoggio è adiabatica e quindi gioca il ruolo di un piano di simmetria; la conducibilità della pizza è uguale alla conducibilità dell'acqua)

$$\left(\rho \cdot C_P \cdot \pi \cdot R^2 \cdot s_P\right)_{pizza} \cdot \left(\frac{d}{dt} T_P(t)\right) = \pi \cdot R^2 \cdot \left[h(T_P(t)) \cdot (T_P(t) - T_A) + \sigma \cdot \varepsilon_P \cdot \left(T_P(t)^4 - \varepsilon_W \cdot T_W^4\right)\right]$$

$T_P(t = 0) = T_0$ $\quad$ (B)

L'eq. (B) si deve risolvere numericamente perché la dipendenza di h da T.P è complessa.