

Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2012-2013

Cognome	Nome	Matricola	Firma

Problema 1. La parete interna di un tubo di diametro interno D e lunghezza L è ricoperta di uno spessore δ di naftalina (densità ρ_A , massa molecolare M_A). Nel tubo viene inviata aria pura, a pressione P e con velocità v_∞ . Il sistema è isoterma alla temperatura T . In queste condizioni la tensione di sublimazione della naftalina vale P_A^{sat} e la diffusività della naftalina in aria vale D_{AB} . Calcolare:

1. il coefficiente di scambio di materia, k_C ;
2. dopo quanto tempo la naftalina sublima completamente, t_f ;
3. lo spessore dello strato di naftalina dopo un tempo $t_f/3$.

Dati. $D = 10$ cm, $L = 1$ m, $\delta = 1$ mm, $\rho_A = 1140$ kg/m³, $M_A = 0.128$ kg/mole;

$P = 1$ bar, $v_\infty = 2$ m/s, $T = 25^\circ\text{C}$, $P_A^{sat} = 0.05$ bar, $D_{AB} = 6 \cdot 10^{-6}$ m²/s.

Problema 2. Una sferetta di acciaio (densità ρ_A , conducibilità k_A , calore specifico \hat{C}_{PA} , emissività ε_A) ha diametro esterno D , è cava con spessore di parete δ . La sferetta è mantenuta in sospensione da un flusso di aria a temperatura T_a , che si muove verso l'alto a velocità v_a . All'interno della sfera c'è una miscela di gas, le cui caratteristiche sono quelle dell'aria a temperatura T_a , che è sede di una reazione chimica endotermica, con variazione di entalpia ΔH e velocità volumetrica r^{III} . Tutto il sistema è contenuto in un forno con pareti nere a temperatura T_W . Calcolare:

1. La velocità dell'aria (considerando le proprietà dell'aria a T_a);
2. La temperatura superficiale della sfera;
3. I flussi di calore scambiati tra la sferetta e l'aria per convezione e tra la sferetta e le pareti del forno per irraggiamento, chiarendone il verso.

Dati. $D = 4$ mm, $\delta = 0.1$ mm, $\rho_A = 7500$ kg/m³, $k_A = 45$ W/(m·K), $\hat{C}_{PA} = 0.5$ kJ/(kg·K), $\varepsilon_A = 0.8$,

$T_a = 300^\circ\text{C}$, $\Delta H = 7.5$ MJ/kg, $r^{III} = 10$ kg/(m³·s), $T_W = 900^\circ\text{C}$.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Prova scritta - 11 dicembre 2013



Problema 1. La parete interna di un tubo di diametro interno D e lunghezza L è ricoperta di uno spessore δ di naftalina (densità ρ_A , massa molecolare M_A). Nel tubo viene inviata aria pura, a pressione P e con velocità v_∞ . Il sistema è isoterma alla temperatura T . In queste condizioni la tensione di sublimazione della naftalina vale P_A^{sat} e la diffusività della naftalina in aria vale D_{AB} . Calcolare:

1. il coefficiente di scambio di materia, k_c ;
2. dopo quanto tempo la naftalina sublima completamente, t_f ;
3. lo spessore dello strato di naftalina dopo un tempo $t_f/3$.

Dati. $D = 10$ cm, $L = 1$ m, $\delta = 1$ mm, $\rho_A = 1140$ kg/m³, $M_A = 0.128$ kg/mole; $P = 1$ bar, $v_\infty = 2$ m/s, $T = 25^\circ\text{C}$, $P_A^{sat} = 0.05$ bar, $D_{AB} = 6 \cdot 10^{-6}$ m²/s.

$$D := 10 \cdot \text{cm} \quad \underline{L} := 1 \cdot \text{m} \quad \underline{\delta} := 1 \cdot \text{mm} \quad \rho_{\text{naft}} := 1140 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad M_{\text{naft}} := 0.128 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \quad P := 1 \cdot \text{bar} \quad v_{\text{inf}} := 2 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\underline{T} := 25^\circ\text{C} \quad P_{A,\text{sat}} := 0.05 \cdot \text{bar}$$

$$\rho_A(T) = 1.186 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \mu_A(T) = 1.841 \times 10^{-5} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \quad D_{AB} := 6 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad R = 8.314 \cdot \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$N_{\text{Re}} := \frac{v_{\text{inf}} \cdot D \cdot \rho_A(T)}{\mu_A(T)} = 1.288 \times 10^4 \quad N_{\text{Sc}} := \frac{\nu_A(T)}{D_{AB}} = 2.588 \quad N_{\text{Sh}} := 0.026 \cdot N_{\text{Re}}^{0.8} \cdot N_{\text{Sc}}^{0.33} = 69.069$$

$$k_c := \frac{N_{\text{Sh}} \cdot D_{AB}}{D} = 4.144 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m_{A0} := \rho_{\text{naft}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot L \cdot [D^2 - (D - \delta)^2] = 0.178 \text{ kg}$$

$$\underline{c}_A := \frac{P}{R \cdot T} = 40.342 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

essendo $\delta \ll D$

$$\frac{d}{dt} m_A(t) = -m_{Ap} = -(\pi \cdot D \cdot L) \cdot k_c \cdot M_A \cdot c \cdot \left(\frac{P_{A,\text{sat}}}{P} - y_{A,\text{inf}} \right)$$

$$m_{Ap} := (\pi \cdot D \cdot L) \cdot k_c \cdot M_{\text{naft}} \cdot c \cdot \frac{P_{A,\text{sat}}}{P}$$

$$m_A(t=0) = m_{A0}$$

$$m_A(t) = m_{A0} - m_{Ap} \cdot t$$

$$t_f := \frac{m_{A0}}{m_{Ap}} = 8.834 \text{ min}$$

$$m_{A3} := m_{A0} - m_{Ap} \cdot \frac{t_f}{3} = 0.119 \text{ kg} \quad \rho_{\text{naft}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot L \cdot [D^2 - (D - \delta_3)^2] = m_{A3}$$

$$\delta_3 := \left(\frac{\sqrt{\pi \cdot \sqrt{\pi \cdot D^2 \cdot L^2 \cdot \rho_{\text{naft}}^2 - 4 \cdot L \cdot m_{A3} \cdot \rho_{\text{naft}} - \pi \cdot D \cdot L \cdot \rho_{\text{naft}}}}}{\pi \cdot L \cdot \rho_{\text{naft}}} - \frac{\sqrt{\pi \cdot \sqrt{\pi \cdot D^2 \cdot L^2 \cdot \rho_{\text{naft}}^2 - 4 \cdot L \cdot m_{A3} \cdot \rho_{\text{naft}} + \pi \cdot D \cdot L \cdot \rho_{\text{naft}}}}}{\pi \cdot L \cdot \rho_{\text{naft}}} \right) = \left(\begin{matrix} 6.655 \times 10^{-4} \\ 0.199 \end{matrix} \right) \text{ m}$$

$$\delta_3 := (\delta_3)_0 = 0.666 \text{ mm}$$

Problema 2. Una sferetta di acciaio (densità ρ_A , conducibilità k_A , calore specifico $\hat{C}_{p,A}$, emissività ε_A) ha diametro esterno D , è cava con spessore di parete δ . La sferetta è mantenuta in sospensione da un flusso di aria a temperatura T_a , che si muove verso l'alto a velocità v_a . All'interno della sfera c'è una miscela di gas, le cui caratteristiche sono quelle dell'aria a temperatura T_a , che è sede di una reazione chimica endotermica, con variazione di entalpia ΔH e velocità volumetrica r^{III} . Tutto il sistema è contenuto in un forno con pareti nere a temperatura T_W . Calcolare:

1. La velocità dell'aria (considerando le proprietà dell'aria a T_a);
2. La temperatura superficiale della sfera;
3. I flussi di calore scambiati tra la sferetta e l'aria per convezione e tra la sferetta e le pareti del forno per irraggiamento, chiarendone il verso.

Dati. $D = 4 \text{ mm}$, $\delta = 0.1 \text{ mm}$, $\rho_A = 7500 \text{ kg/m}^3$, $k_A = 45 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $\hat{C}_{p,A} = 0.5 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$, $\varepsilon_A = 0.8$, $T_a = 300^\circ\text{C}$, $\Delta H = 7.5 \text{ MJ/kg}$, $r^{III} = 10 \text{ kg/(m}^3\cdot\text{s)}$, $T_W = 900^\circ\text{C}$.

$$\underline{D} := 4 \cdot \text{mm} \quad \underline{\delta} := 0.1 \cdot \text{mm} \quad \rho_{\text{acc}} := 7500 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad k_{\text{acc}} := 45 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}} \quad C_{p,\text{acc}} := 0.5 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \quad \varepsilon_{\text{acc}} := 0.8 \quad T_a := 300^\circ\text{C}$$

$$\Delta H := 7.5 \cdot \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \quad r_3 := 10 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}} \quad T_W := 900^\circ\text{C} \quad \underline{G} := -\Delta H \cdot r_3 = -7.5 \times 10^7 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_A(T_a) = 0.617 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \mu_A(T_a) = 2.939 \times 10^{-5} \cdot \text{Pa}\cdot\text{s} \quad \nu_A(T_a) = 4.774 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\text{massa dell'acciaio nella sfera} \quad \rho_{\text{acc}} \cdot \left[\frac{\pi}{6} \cdot [D^3 - (D - \delta)^3] \right] = 18.382 \cdot \text{mg}$$

$$\text{massa della miscela reagente nella sfera} \quad \rho_A(T_a) \cdot \frac{\pi}{6} \cdot (D - \delta)^3 = 0.019 \cdot \text{mg} \quad (\text{trascurabile})$$

$$\text{volume della sfera} \quad \frac{\pi \cdot D^3}{6} = 0.034 \cdot \text{mL}$$

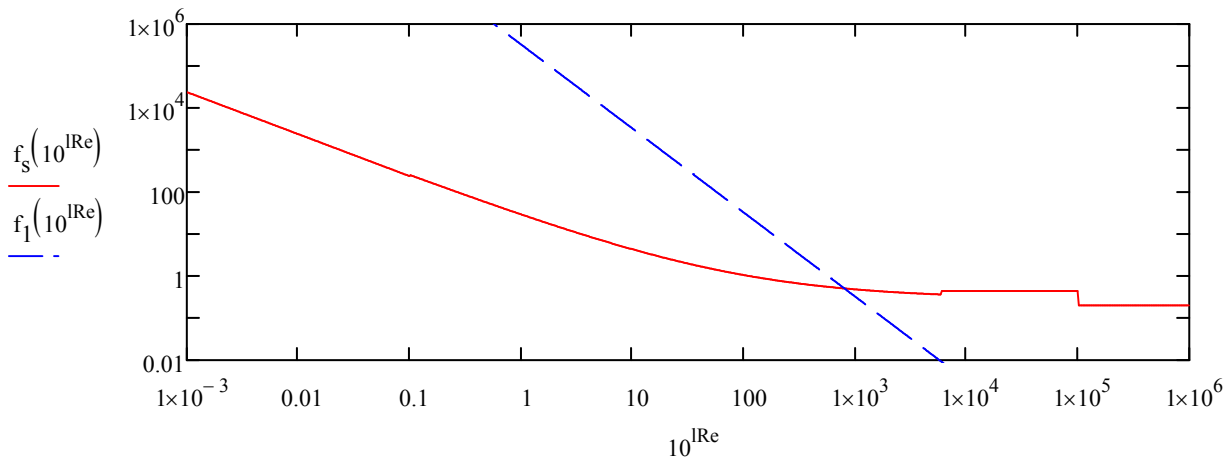
$$\text{densità apparente della sfera} \quad \rho_S := \frac{\rho_{\text{acc}} \cdot \left[\frac{\pi}{6} \cdot [D^3 - (D - \delta)^3] \right] + \rho_A(T_a) \cdot \frac{\pi}{6} \cdot (D - \delta)^3}{\left(\frac{\pi \cdot D^3}{6} \right)} = 549.127 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$f_s(N_{\text{Re}}) := \text{if} \left[N_{\text{Re}} < 0.1, \frac{24}{N_{\text{Re}}}, \text{if} \left[N_{\text{Re}} < 6000, \left(\sqrt{\frac{24}{N_{\text{Re}}}} + 0.5407 \right)^2, \text{if} \left(N_{\text{Re}} < 10^5, 0.44, 0.2 \right) \right] \right] \quad |_{\text{Re}} := -3, -2.99..6$$

$$\underline{C} := \frac{D \cdot \rho_A(T_a)}{\mu_A(T_a)} \cdot \sqrt{\frac{4}{3} \cdot D \cdot g \cdot \frac{\rho_S - \rho_A(T_a)}{\rho_A(T_a)}} = 572.875 \quad f_1(N_{\text{Re}}) := C^2 \cdot N_{\text{Re}}^{-2}$$

$$\underline{N_{\text{Re}}} := 100 \quad \text{Given} \quad f_1(N_{\text{Re}}) = f_s(N_{\text{Re}}) \quad \underline{N_{\text{Re}}} := \text{Minerr}(N_{\text{Re}}) = 802.803$$

$$N_{\text{Re}} = 802.803 \quad f_s(N_{\text{Re}}) = 0.509 \quad v_a := \frac{N_{\text{Re}} \cdot \mu_A(T_a)}{D \cdot \rho_A(T_a)} \quad v_a = 9.552 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



bilancio sulla sfera, ACC = IN - OUT + GEN

$$0 = 0 - \pi D^2 \cdot h(T_s) \cdot (T_s - T_a) - \pi \cdot D^2 \cdot \sigma \cdot \epsilon_{acc} \cdot (T_s^4 - T_W^4) + \frac{\pi \cdot D^3}{6} \cdot (-\Delta H) \cdot r_3$$

come primo tentativo, assumiamo che $T_s := T_a$

$$T_f := \frac{1}{2} \cdot (T_s + T_a) \quad T_f = 300 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\nu_A(T_f) = 4.774 \times 10^{-5} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$N_{Re} := \frac{v_{inf} \cdot D}{\nu_A(T_f)} \quad N_{Re} = 167.572$$

$$N_{Pr} := N_{Pr,A}(T_f) \quad N_{Pr} = 0.698$$

Correlazione 13.3-1 p. 417 vecchia edizione $N_{Nu} := 2 + 0.6 \cdot N_{Re}^{0.5} \cdot N_{Pr}^{0.33} = 8.898$ $h := \frac{N_{Nu} \cdot k_A(T_f)}{D} = 97.851 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$

$$h(T_s) := \frac{\left[2 + 0.6 \cdot \left[\frac{v_{inf} \cdot D}{\nu_A \left[\frac{1}{2} \cdot (T_s + T_a) \right]} \right]^{0.5} \cdot N_{Pr,A} \left[\frac{1}{2} \cdot (T_s + T_a) \right]^{0.33} \right] \cdot k_A \left[\frac{1}{2} \cdot (T_s + T_a) \right]}{D} \quad h(T_s) = 97.851 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Given $0 = 0 - \pi D^2 \cdot h(T_s) \cdot (T_s - T_a) - \pi \cdot D^2 \cdot \sigma \cdot \epsilon_{acc} \cdot (T_s^4 - T_W^4) + \frac{\pi \cdot D^3}{6} \cdot (-\Delta H) \cdot r_3$

$$T_s := \text{Minerr}(T_s) = 771.549 \cdot \text{K}$$

$$T_s = 498.399 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$h(T_s) = 100.023 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \quad \text{N.B. } h \text{ è poco dipendente dalla temperatura, si poteva anche ritenere costante e semplificare i conti.}$$

termine convettivo

$$\pi D^2 \cdot h(T_s) \cdot (T_s - T_a) = 0.997 \text{ W}$$

scritto come se fosse uscente dalla sfera, risulta positivo, si tratta di un flusso uscente

termine di irraggiamento

$$\pi \cdot D^2 \cdot \sigma \cdot \epsilon_{acc} \cdot (T_s^4 - T_W^4) = -3.511 \text{ W}$$

scritto come se fosse uscente dalla sfera, risulta negativo, si tratta di un flusso entrante

termine di generazione

$$\frac{\pi \cdot D^3}{6} \cdot (-\Delta H) \cdot r_3 = -2.513 \text{ W}$$

la reazione è endotermica, è una generazione negativa (scomparsa) di calore