Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2012-2013

Cognome	Nome	Matricola	Firma

Problema 1. Un aeroplano vola ad una quota H, in orizzontale ad una velocità di crociera v. I motori dell'aeroplano erogano una potenza P_{motori}, della quale una frazione η_D viene utilizzata per vincere la resistenza dell'aria, e una frazione η_T viene liberata come calore all'interno dell'aeroplano.

1. Essendo la temperatura e la pressione al livello del mare T_0 e P_0, e nell'ipotesi che la variazione di temperatura con la quota sia uguale a $(\partial T/\partial z)$, calcolare la pressione e la temperatura dell'aria alla quota di volo dell'aeroplano. Valutare le altre proprietà dell'aria alla quota H trascurando l'effetto della pressione;
2. Se il coefficiente d'attrito dell'aeroplano si può valutare con la relazione $f = 0.005 + 15/\left(2 + N_{Re}^{0.5}\right)$, la superficie ortogonale al moto è A, e la lunghezza caratteristica per il numero di Reynolds (e per il numero di Nusselt) è $\sqrt{A}$, calcolare la velocità di crociera v dell'aeroplano.
3. Assumendo valida la correlazione di Colburn ($f/2 = j_H$), valutare il coefficiente di scambio di calore (approssimando la temperatura di film con la temperatura dell'aria esterna). Se attraverso la superficie S dell'aeroplano viene eliminata per conduzione forzata la potenza termica $\eta_T \cdot P_{motori}$, calcolare la temperatura di regime della superficie dell'aeroplano.

Dati. $H = 10$ km, $P_{motori} = 0.5$ MW, $\eta_D = 80\%$, $\eta_T = 5\%$, $T_0 = 298$K, $P_0 = 1$ bar, $(\partial T/\partial z) = -5$ K/km,
$A = 15$ m^2, $S = 50$ m^2.

Problema 2. Un lungo cilindro fatto di un materiale igroscopico (il materiale sia il componente C) di raggio R, è inizialmente secco ed è esposto ad una corrente di aria (l'aria sia il componente B), che fluisce ortogonalmente al cilindro con velocità v_∞. L'aria ha una umidità U_∞ (l'acqua sia il componente A), tutto il sistema è alla pressione P ed è isotermo alla temperatura T. La relazione di equilibrio tra acqua nel cilindro e acqua nell'aria è $C_A^{sol} = K_{eq} C_A^{gas}$, le diffusività del vapore d'acqua in aria e dell'acqua nel solido sono rispettivamente D_{AB} e D_{AC}.

1. Calcolare il coefficiente di scambio di materia per convezione, k_C, e il numero di Biot di materia per il sistema;
2. Se il sistema si può considerare all'equilibrio quando la concentrazione di acqua all'asse del cilindro è pari al 99% della concentrazione di stato stazionario del solido (la concentrazione in fase solida che fa equilibrio alla concentrazione in fase gas), determinare il tempo necessario affinché si raggiunga l'equilibrio, t_{eq};
3. Per un tempo pari alla metà del tempo di equilibrio, calcolare il profilo di concentrazione di acqua nel cilindro (non meno di tre valori: all'asse, $r = 0$, a metà del raggio, $r = R/2$, e alla superficie, $r = R$).

Dati. $R = 5$ cm, $v_\infty = 3$ m/s, $U_\infty = 30\%$, $P = 1$ bar, $T = 300$K, $K_{eq} = 60$, $D_{AB} = 2.54 \cdot 10^{-5}$ m^2/s,
$D_{AC} = 1 \cdot 10^{-7}$ m^2/s.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Un aeroplano vola ad una quota H, in orizzontale ad una velocità di crociera v. I motori dell'aeroplano erogano una potenza P_{motori}, della quale una frazione η_D viene utilizzata per vincere la resistenza dell'aria, e una frazione η_T viene liberata come calore all'interno dell'aeroplano.

1. Essendo la temperatura e la pressione al livello del mare T_0 e P_0, e nell'ipotesi che la variazione di temperatura con la quota sia uguale a $(\partial T/\partial z)$, calcolare la pressione e la temperatura dell'aria alla quota di volo dell'aeroplano. Valutare le altre proprietà dell'aria alla quota H trascurando l'effetto della pressione;
2. Se il coefficiente d'attrito dell'aeroplano si può valutare con la relazione $f = 0.005 + 15/\left(2 + N_{Re}^{0.5}\right)$, la superficie ortogonale al moto è A, e la lunghezza caratteristica per il numero di Reynolds (e per il numero di Nusselt) è $\sqrt{A}$, calcolare la velocità di crociera v dell'aeroplano.
3. Assumendo valida la correlazione di Colburn $(f/2 = j_H)$, valutare il coefficiente di scambio di calore (approssimando la temperatura di film con la temperatura dell'aria esterna). Se attraverso la superficie S dell'aeroplano viene eliminata per conduzione forzata la potenza termica $\eta_T \cdot P_{motori}$, calcolare la temperatura di regime della superficie dell'aeroplano.

Dati. $H = 10$ km, $P_{motori} = 0.5$ MW, $\eta_D = 80\%$, $\eta_T = 5\%$, $T_0 = 298$K, $P_0 = 1$ bar, $(\partial T/\partial z) = -5$ K/km, $A = 15$ m², $S = 50$ m².

$H := 10 \cdot km$ $\quad P_0 := 1 \cdot bar$ $\quad T_0 := 298 \cdot K$ $\quad dTdz := \frac{-5 \cdot K}{km}$ $\quad P_{motor} := 0.5 \cdot MW$ $\quad \eta_D := 80\%$ $\quad \eta_T := 5\%$

$A := 15 \cdot m^2$ $\quad S := 50 \cdot m^2$ $\quad f(N_{Re}) := 0.005 + \frac{15}{2 + N_{Re}^{0.5}}$

Domanda no.1, caratteristiche dell'aria alla quota H (applicazione dell'equazione barometrica differenziale a temperatura non costante)

$MM := 0.029 \cdot \frac{kg}{mol}$ $\quad R := 8.314 \cdot \frac{J}{mol \cdot K}$ $\quad g = 9.807 \frac{m}{s^2}$ $\quad T(z) := T_0 + dTdz \cdot z$

$dP = -g \cdot \rho \cdot dz$ $\quad P \cdot V = \frac{m}{MM} \cdot R \cdot T$ $\quad P \cdot MM = \rho \cdot R \cdot T$ $\quad \rho = \frac{P \cdot MM}{R \cdot T}$

$$dP = -g \cdot \frac{P \cdot MM}{R \cdot T} \cdot dz \qquad \frac{dP}{P} = -\frac{g \cdot MM}{R} \cdot \frac{dz}{T_0 + dTdz \cdot z} \qquad \int_{P_0}^{P(z)} \frac{1}{P}\, dP = -\frac{g \cdot MM}{R} \cdot \int_0^z \frac{1}{T_0 + dTdz \cdot z}\, dz$$

$$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = \frac{g \cdot MM}{R \cdot dTdz} \cdot \ln\left(\frac{T_0 + dTdz \cdot z}{T_0}\right) \qquad P(z) := P_0 \cdot \exp\left(-\frac{g \cdot MM}{R \cdot dTdz} \cdot \ln\left(\frac{T_0 + dTdz \cdot z}{T_0}\right)\right) \qquad \rho(z) := \frac{P(z) \cdot MM}{R \cdot T(z)}$$

$T(H) = -25.15 \cdot °C$ $\quad P(H) = 0.281 \cdot atm$ $\quad \rho(0 \cdot m) = 1.171 \frac{kg}{m^3}$ $\quad \rho(H) = 0.4 \frac{kg}{m^3}$ $\quad \mu_A(T(H)) = 1.599 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s}$

$N_{Pr.A}(T(H)) = 0.725$

Domanda no. 2, velocità di crociera dalla potenza necessaria a vincere le forze d'attrito

$$P_D = \eta_D \cdot P_{motor} = F_D \cdot v = \left(f \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_A \cdot v^2 \cdot A\right) \cdot v \qquad \rho(H) = 0.4 \frac{kg}{m^3} \qquad \mu_A(T(H)) = 1.599 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s} \qquad T(H) = -25.15 \cdot °C$$

$$v := 1000 \cdot \frac{km}{hr} \qquad \text{Given} \qquad \eta_D \cdot P_{motor} = \left(f\left(\frac{v \cdot \sqrt{A} \cdot \rho(H)}{\mu_A(T(H))}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho(H) \cdot v^2 \cdot A\right) \cdot v \qquad v := \text{Minerr}(v) = 255.21 \frac{m}{s}$$

$$v = 918.757 \cdot \frac{km}{hr}$$

$$N_{Re} := \frac{v \cdot \sqrt{A} \cdot \rho(H)}{\mu_A(T(H))} = 2.474 \times 10^7 \qquad f(N_{Re}) = 8.014 \times 10^{-3}$$

Domanda no. 3, temperatura (media) dell'aeroplano $\quad N_{Pr.A}(T(H)) = 0.725 \qquad k_A(T(H)) = 0.022 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$

Da Colburn $\quad j_H := 2 \cdot f(N_{Re}) = 0.016 \qquad N_{Nu} := j_H \cdot N_{Re} \cdot N_{Pr.A}(T(H)) = 2.875 \times 10^5$

$$h := \frac{N_{Nu} \cdot k_A(T(H))}{\sqrt{A}} = 1.643 \times 10^3 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

A regime, il calore generato è uguale al calore dissipato

$$\eta_T \cdot P_{motor} = S \cdot h \cdot (T_{airplane} - T(H)) \qquad T_{airplane} := T(H) + \frac{P_{motor} \cdot \eta_T}{S \cdot h} = -24.846 \cdot °C$$

Problema 2. Un lungo cilindro fatto di un materiale igroscopico (il materiale sia il componente C) di raggio R, è inizialmente secco ed è esposto ad una corrente di aria (l'aria sia il componente B), che fluisce ortogonalmente al cilindro con velocità v_∞. L'aria ha una umidità U_∞ (l'acqua sia il componente A), tutto il sistema è alla pressione P ed è isotermo alla temperatura T. La relazione di equilibrio tra acqua nel cilindro e acqua nell'aria è $C_A^{sol} = K_{eq} C_A^{gas}$, le diffusività del vapore d'acqua in aria e dell'acqua nel solido sono rispettivamente D_{AB} e D_{AC}.

1. Calcolare il coefficiente di scambio di materia per convezione, k_C, e il numero di Biot di materia per il sistema;
2. Se il sistema si può considerare all'equilibrio quando la concentrazione di acqua all'asse del cilindro è pari al 99% della concentrazione di stato stazionario del solido (la concentrazione in fase solida che fa equilibrio alla concentrazione in fase gas), determinare il tempo necessario affinché si raggiunga l'equilibrio, t_{eq};
3. Per un tempo pari alla metà del tempo di equilibrio, calcolare il profilo di concentrazione di acqua nel cilindro (non meno di tre valori: all'asse, $r = 0$, a metà del raggio, $r = R/2$, e alla superficie, $r = R$).

Dati. $R = 5$ cm, $v_\infty = 3$ m/s, $U_\infty = 30\%$, $P = 1$ bar, $T = 300$K, $K_{eq} = 60$, $D_{AB} = 2.54 \cdot 10^{-5}$ m²/s, $D_{AC} = 1 \cdot 10^{-7}$ m²/s.

$$R_c := 5 \cdot cm \qquad v_{inf} := 3 \cdot \frac{m}{s} \qquad U_{inf} := 30\% \qquad P := 1 \cdot bar \qquad T := 300 \cdot K \qquad K_{eq} := 60 \qquad D_{AC} := 1 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{m^2}{s}$$

Diffusività del vapor d'acqua in aria $\quad D_{AB}(T) := 1.87 \cdot 10^{-10} \frac{m^2}{s} \cdot \left(\frac{T}{K}\right)^{2.072} \qquad D_{AB}(T) = 2.54 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}$

Pressione di vapore dell'acqua alla temperatura T $\quad P_{sat.w}(T) = 0.036 \cdot bar \qquad x_{A.gas} := \frac{P_{sat.w}(T)}{P} = 0.036$

Domanda no. 1, coefficiente di scambio e numero di Biot

$$N_{Re} := \frac{v_{inf} \cdot 2R_c}{\nu_A(T)} = 1.909 \times 10^4 \qquad N_{Sc} := \frac{\nu_A(T)}{D_{AB}(T)} = 0.619 \qquad N_{Sh} := \left(0.4 \cdot N_{Re}^{0.5} + 0.06 \cdot N_{Re}^{0.67}\right) \cdot N_{Sc}^{0.4} = 82.187$$

Che equivale a leggere dal grafico di pag. 417

$$j_D := \frac{N_{Sh}}{N_{Re} \cdot N_{Sc}^{0.33}} = 5.043 \times 10^{-3} \qquad k_C := \frac{N_{Sh} \cdot D_{AB}(T)}{2 \cdot R_c} = 0.021 \frac{m}{s}$$

$$N_{Bi.mat} = \frac{k_C \cdot \Delta C_{A.gas}}{\frac{D_{AC}}{R_c} \cdot \Delta C_{A.sol}} = \frac{k_C \cdot \Delta C_{A.gas}}{\frac{D_{AC}}{R_c} \cdot K_{eq} \cdot \Delta C_{A.gas}} \qquad N_{Bi.mat} := \frac{k_C}{\frac{D_{AC}}{R_c} \cdot K_{eq}} = 173.803$$

Dato che N.Bi >> 1, è necessaria una analisi a parametri distribuiti

Domanda no. 2, tempo per la saturazione

$$M := 0.029 \cdot \frac{kg}{mol} \qquad R = 8.314 \cdot \frac{J}{mol \cdot K} \qquad c_{gas} := \frac{P}{R \cdot T} = 40.093 \frac{mol}{m^3}$$

$$C_{A.gas} := c_{gas} \cdot x_{A.gas} = 1.426 \frac{mol}{m^3} \qquad C_{A.sol.SS} := K_{eq} \cdot C_{A.gas} = 85.567 \frac{mol}{m^3}$$

Concentrazione adimensionale

$$C_{A.sol} = 99\% \cdot C_{A.sol.SS}$$

$$Y = \frac{K_{eq} \cdot C_{A.gas} - C_{A.sol}}{K_{eq} \cdot C_{A.gas} - C_{A.sol.0}} \qquad Y° := \frac{K_{eq} \cdot C_{A.gas} - 0.99 \cdot C_{A.sol.SS}}{K_{eq} \cdot C_{A.gas}} = 0.01$$

$$m := \frac{D_{AC} \cdot K_{eq}}{R_c \cdot k_C} = 5.754 \times 10^{-3}$$ praticamente $m = 0$

$$\lambda_1 := 1 \qquad \text{Given} \qquad \lambda_1 \cdot J1(\lambda_1) = J0(\lambda_1) \cdot N_{Bi.mat} \qquad \lambda_1 := \text{Minerr}(\lambda_1) = 2.391$$

$$A_1 := \frac{2}{\lambda_1} \cdot \frac{J1(\lambda_1)}{J1(\lambda_1)^2 + J0(\lambda_1)^2} = 1.602 \qquad X_{eq} := \frac{1}{-\lambda_1^2} \cdot \ln\left(\frac{Y°}{A_1}\right) = 0.888$$

Oppure dal grafico del transitorio per i cilindri, con m = 0 e n = 0

$$t_{eq} := \frac{R_c^2}{D_{AC}} \cdot X_{eq} = 6.166 \cdot hr \qquad t_{eq} = 369.971 \cdot min \qquad t_{eq} = 2.22 \times 10^4 s$$

Domanda no. 3, profilo di concentrazione ad un tempo t.eq/2

$$t° := \frac{t_{eq}}{2} = 3.083 \cdot hr \qquad X° := \frac{D_{AC}}{R_c^2} \cdot t° = 0.444$$

entro sulla famiglia di curve a m = 0 e leggo i valori per n = 0, n = 0.5 (interpolazione) e n = 1 (asse delle ordinate)

$$n := 0 \qquad Y_1 := A_1 \cdot J0(\lambda_1 \cdot 0) \cdot \exp\left(-\lambda_1^2 \cdot X°\right) = 0.127 \qquad C_{A.sol.1} := C_{A.sol.SS} \cdot (1 - Y_1) = 74.737 \frac{mol}{m^3}$$

$$n := 0.5 \qquad Y_2 := A_1 \cdot J0(\lambda_1 \cdot n) \cdot \exp\left(-\lambda_1^2 \cdot X°\right) = 0.085 \qquad C_{A.sol.2} := C_{A.sol.SS} \cdot (1 - Y_2) = 78.275 \frac{mol}{m^3}$$

$$n := 1 \qquad Y_3 := A_1 \cdot J0(\lambda_1 \cdot 1) \cdot \exp\left(-\lambda_1^2 \cdot X°\right) = 9.09 \times 10^{-4}$$

praticamente $Y_3 := 0$

$$C_{A.sol.3} := C_{A.sol.SS} \cdot (1 - Y_3) = 85.567 \frac{mol}{m^3}$$

$r := 0 \cdot mm, 0.1 \cdot mm .. R_c$