Cognome	Nome	Matricola	Firma

Problema 1. Due corpi idrici i cui peli liberi presentano una differenza di quota H sono collegati mediante una tubazione liscia, di diametro D e lunghezza totale L. Lungo la tubazione (in cui le perdite concentrate sono trascurabili) è installata una macchina reversibile, che per un periodo giornaliero t funziona da turbina, producendo energia mentre l'acqua scorre dall'alto verso il basso, e per un ugual periodo t funziona da pompa, riportando la stessa quantità di acqua dal corpo idrico in basso a quello in alto, prelevando l'energia necessaria dalla rete elettrica. Durante il funzionamento da turbina la macchina ha equazione caratteristica $W = a\dot{V}^b$ (con la portata espressa in m³/s), mentre quando funziona da pompa ha un rendimento η. Il costo dell'energia è C_d durante il periodo di funzionamento (giorno) da turbina e C_n durante il funzionamento da pompa (notte). Calcolare:

1. La portata di acqua che scorre nella tubazione durante il funzionamento da turbina e la quantità di acqua che viene trasferita tra i due corpi idrici durante un periodo t;
2. La quantità di energia richiesta dalla pompa in un giorno;
3. L'importo netto giornaliero del costo dell'energia (chiarendo se si tratta di una spesa o di un ricavo).

Dati. $H = 80$ m, $D = 50$ cm, $L = 140$ m, $t = 12$ ore, $a = 800$ kW, $b = 1.3$, $\eta = 75\%$, $C_d = 0.08$ €/MJ, $C_n = 0.04$ €/MJ.

Problema 2. Uno stagno ha un volume V, si può considerare perfettamente agitato, a base praticamente quadrata di lato L ed è completamente pieno, contenente acqua inizialmente pura alla temperatura T. Allo stagno arriva una portata di soluzione salina a concentrazione C_{Af} e portata $\dot{V}^{IN}$, a temperatura T, contemporaneamente dallo stagno viene prelevata una portata di soluzione a portata $\dot{V}^{OUT}$. La superficie superiore dello stagno si può considerare come se fosse una lastra piana investita da aria alla temperatura $T_\infty = T$, alla velocità v_∞, alla pressione atmosferica ed alla umidità relativa U_∞. Determinare:

1. La portata di acqua che evapora dalla superficie dello stagno e la portata di soluzione salina che esce dallo stagno, $\dot{V}^{OUT}$;
2. La concentrazione di sale che si raggiunge nello stagno allo stato stazionario;
3. La funzione che descrive la evoluzione nel tempo della concentrazione di sale nello stagno. Dopo quanto tempo la concentrazione di sale nello stagno raggiunge la metà del suo valore di stato stazionario?

Dati. $V = 20.0$ m³, L = 10 m, $T = 20$°C, $C_{Af} = 10.0$ mol/m³, $\dot{V}^{IN} = 15$ litri/min, $v_\infty = 5.0$ m/s, $U_\infty = 30\%$.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Due corpi idrici i cui peli liberi presentano una differenza di quota H sono collegati mediante una tubazione liscia, di diametro D e lunghezza totale L. Lungo la tubazione (in cui le perdite concentrate sono trascurabili) è installata una macchina reversibile, che per un periodo giornaliero t funziona da turbina, producendo energia mentre l'acqua scorre dall'alto verso il basso, e per un ugual periodo t funziona da pompa, riportando la stessa quantità di acqua dal corpo idrico in basso a quello in alto, prelevando l'energia necessaria dalla rete elettrica. Durante il funzionamento da turbina la macchina ha equazione caratteristica $W = a\dot{V}^b$ (con la portata espressa in m³/s), mentre quando funziona da pompa ha un rendimento η. Il costo dell'energia è C_d durante il periodo di funzionamento (giorno) da turbina e C_n durante il funzionamento da pompa (notte). Calcolare:

1. La portata di acqua che scorre nella tubazione durante il funzionamento da turbina e la quantità di acqua che viene trasferita tra i due corpi idrici durante un periodo t;
2. La quantità di energia richiesta dalla pompa in un giorno;
3. L'importo netto giornaliero del costo dell'energia (chiarendo se si tratta di una spesa o di un ricavo).

$10^6 \cdot J$

Dati. $H = 80$ m, $D = 50$ cm, $L = 140$ m, $t = 12$ ore, $a = 800$ kW, $b = 1.3$, $\eta = 75\%$, $C_d = 0.08$ €/MJ, $C_n = 0.04$ €/MJ.

$H := 80\cdot m \quad D := 50\cdot cm \quad L := 140\cdot m \quad t := 12\cdot hr \quad a := 800\cdot kW \quad \eta := 75\% \quad C_d := 0.08\cdot\frac{€}{MJ} \quad C_n := 0.04\cdot\frac{€}{MJ}$

$b := 1.3$

$$\rho := 1000\cdot\frac{kg}{m^3} \qquad \mu := 10^{-3}\cdot\frac{kg}{m\cdot s} \qquad W(v) := a\cdot\left(\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot v\cdot\frac{s}{m^3}\right)^b \qquad W_s(v) := \frac{W(v)}{\rho\cdot\left(\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot v\right)}$$

W è la potenza in kW (funzione della velocità), Ws è la potenza specifica (kJ/kg)

Bilancio di energia meccanica tra 1 e 2 (i due peli liberi, Ws è la potenza specifica della turbina)

$$\frac{v_1^2}{2} + g\cdot h_1 + \frac{P_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + g\cdot h_2 + \frac{P_2}{\rho} + W_s + E_v \quad \text{-->} \quad g\cdot H = W_s + E_v = W_s + \frac{v^2}{2}\cdot\frac{4\cdot f\cdot L}{D} \qquad (1)$$

L'eq. (1) è una equazione nell'incognita v = velocità dell'acqua nel tubo

$$v := 1\cdot\frac{m}{s} \qquad \text{Given} \qquad g\cdot H = W_s(v) + \frac{v^2}{2}\cdot\frac{4\cdot f\left(\frac{v\cdot D\cdot\rho}{\mu}, 0\right)\cdot L}{D} \qquad v := \text{Minerr}(v) = 4.264\,\frac{m}{s}$$

$$f\left(\frac{v\cdot D\cdot\rho}{\mu}, 0\right) = 2.56\times 10^{-3} \qquad N_{Re} := \frac{v\cdot D\cdot\rho}{\mu} = 2.132\times 10^6 \qquad V_p := \frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot v = 0.837\,\frac{m^3}{s} \qquad V_p\cdot t = 3.617\times 10^4\,m^3$$

Bilancio di energia meccanica tra 2 e 1 (Ws.p è la potenza specifica della pompa)

$$\frac{v_1^2}{2} + g\cdot h_1 + \frac{P_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + g\cdot h_2 + \frac{P_2}{\rho} + W_{s.p} + E_v \quad \text{-->} \quad W_{s.p} = g\cdot(-H) - E_v = g\cdot(-H) + \frac{v^2}{2}\cdot\frac{4\cdot f\cdot L}{D} \qquad (2)$$

$$W_{s.p} := g\cdot(-H) + \frac{v^2}{2}\cdot\frac{4\cdot f\left(\frac{v\cdot D\cdot\rho}{\mu},0\right)\cdot L}{D} = -758.468\,\frac{m^2}{s^2}$$ $$W_p := \frac{W_{s.p}\cdot\rho\cdot V_p}{\eta} = -846.643\,kW$$

Energia (negativa perché da fornire) alla pompa $E_p := W_p\cdot t = -3.657\times10^4\,MJ$

Energia (positiva perché prodotta) dalla turbina $E_t := W(v)\cdot t = 2.743\times10^4\,MJ$

Ricavo giornaliero (dalla turbina) $C_d\cdot E_t = 2.194\times10^3\,€$

Spesa giornaliera (dalla pompa) $C_n\cdot E_p = -1.463\times10^3\,€$

Bilancio economico giornaliero $C_d\cdot E_t + C_n\cdot E_p = 731.5\,€$

Problema 2. Uno stagno ha un volume V, si può considerare perfettamente agitato, a base praticamente quadrata di lato L ed è completamente pieno, contenente acqua inizialmente pura alla temperatura T. Allo stagno arriva una portata di soluzione salina a concentrazione C_{Af} e portata $\dot{V}^{IN}$, a temperatura T, contemporaneamente dallo stagno viene prelevata una portata di soluzione a portata $\dot{V}^{OUT}$. La superficie superiore dello stagno si può considerare come se fosse una lastra piana investita da aria alla temperatura $T_\infty = T$, alla velocità v_∞, alla pressione atmosferica ed alla umidità relativa U_∞. Determinare:

1. La portata di acqua che evapora dalla superficie del serbatoio e la portata di soluzione salina che esce dal serbatoio, $\dot{V}^{OUT}$;
2. La concentrazione di sale che si raggiunge nel serbatoio allo stato stazionario;
3. La funzione che descrive la evoluzione nel tempo della concentrazione di sale nel serbatoio. Dopo quanto tempo la concentrazione di sale nello stagno raggiunge la metà del suo valore di stato stazionario?

Dati. $V = 20.0$ m³, L = 10 m, $T = 20$°C, $C_{Af} = 10.0$ mol/m³, $\dot{V}^{IN} = 15$ litri/min, $v_\infty = 5.0$ m/s, $U_\infty = 30\%$.

$V := 20\cdot m^3$ $\quad T := 20\,°C$ $\quad V_{p.IN} := 15\cdot\frac{liter}{min}$ $\quad C_{A.IN} := 10\cdot\frac{mol}{m^3}$ $\quad v_{inf} := 5\cdot\frac{m}{s}$ $\quad U_{inf} := 30\%$ $\quad M_w\cdot 18\cdot\frac{gm}{mol}$

$L := 10\cdot m$ $\quad P_0 := 1\cdot bar$

Diffusività del vapor d'acqua in aria $D_{wB}(T) := 1.87\cdot10^{-10}\,\frac{m^2}{s}\cdot\left(\frac{T}{K}\right)^{2.072}$

Pressione di vapore dell'acqua alla temperatura T $P_{sat.w}(T) = 0.024\,bar$

$$N_{Re.L} := \frac{v_{inf}\cdot L}{\nu_A(T)} = 3.328\times10^6 \qquad N_{Sc} := \frac{\nu_A(T)}{D_{wB}(T)} = 0.621$$

$$N_{Re.C} := 5\cdot10^5 \qquad j_H(N_{Re}) := 0.664\cdot N_{Re}^{-0.5} + \mathrm{if}\left[N_{Re.C} < N_{Re} < 1\cdot10^8, \left[1-\left(\frac{N_{Re.C}}{N_{Re}}\right)^{0.8}\right]\cdot0.036\cdot\left(\frac{1}{N_{Re}^{0.2}}\right), 0\right]$$

Oppure dal graf. p. 419 $\quad j_D := j_H(N_{Re}) = 1.795\times10^{-3}$ $\quad N_{Sh} := j_D\cdot N_{Re.L}\cdot N_{Sc}^{0.33} = 5.105\times10^3$

$$k_c := \frac{D_{wB}(T)}{L} \cdot N_{Sh} = 0.012\ \frac{m}{s} \qquad x_{w.inf} := U_{inf} \cdot \frac{P_{sat.w}(T)}{P_0} = 7.054 \times 10^{-3} \qquad x_{w.0} := \frac{P_{sat.w}(T)}{P_0} = 0.024$$

$$c := \frac{P_0}{R \cdot T} = 41.03\ \frac{mol}{m^3} \qquad W_{EV} := L^2 \cdot k_c \cdot c \cdot (x_{w.0} - x_{w.inf}) \cdot M_w = 0.015\ \frac{kg}{s} \qquad V_{p.EV} := \frac{W_{EV}}{\rho} = 0.901\ \frac{liter}{min}$$

$$V_{p.OUT} := V_{p.IN} - V_{p.EV} = 14.099\ \frac{liter}{min} \qquad V_{p.EV} = 1.501 \times 10^{-5}\ \frac{m^3}{s} \qquad V_{p.OUT} = 2.35 \times 10^{-4}\ \frac{m^3}{s}$$

Allo stato stazionario, il sale che entra è uguale a quello che esce

$$V_{p.IN} \cdot C_{A.IN} = V_{p.OUT} \cdot C_{A.ss} \qquad C_{A.ss} := \frac{V_{p.IN} \cdot C_{A.IN}}{V_{p.OUT}} = 10.639\ \frac{mol}{m^3}$$

Bilancio sul sale in transitorio

$$V \cdot \frac{d}{dt} C_A(t) = V_{p.IN} \cdot C_{A.IN} - V_{p.OUT} \cdot C_A(t)$$

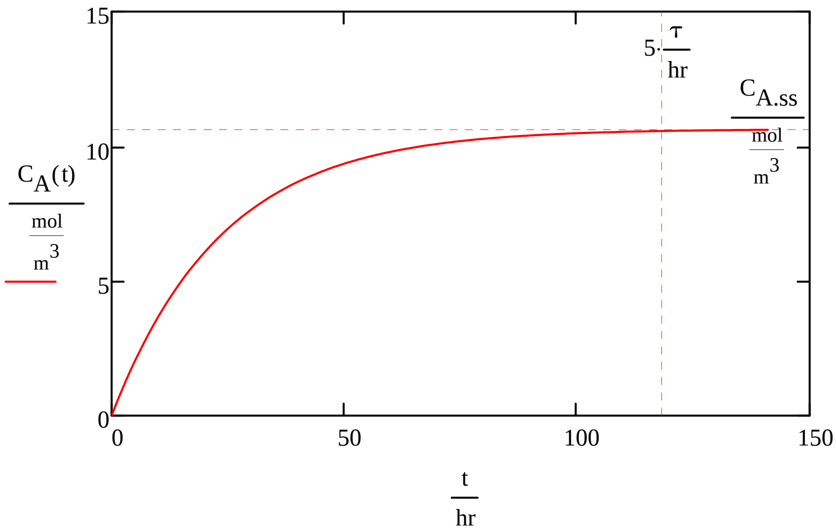
$$C_A(t = 0) = C_{A0} = 0$$

con $\tau := \left(\frac{V_{p.OUT}}{V}\right)^{-1} = 8.511 \times 10^4\ s$ il bilancio diventa $\frac{d}{dt} C_A(t) = (C_{A.ss} - C_A(t)) \cdot \frac{1}{\tau}$

ovvero $-\frac{dC_A(t)}{C_{A.ss} - C_A(t)} = \frac{-dt}{\tau}$ integrando $\ln\left(\frac{C_{A.ss} - C_A(t)}{C_{A.ss}}\right) = -\frac{t}{\tau}$

ovvero $\frac{C_{A.ss} - C_A(t)}{C_{A.ss}} = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ $\qquad C_A(t) := C_{A.ss} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$

$t := 0 \cdot hr, 1 \cdot hr .. 6 \cdot \tau \qquad \tau = 23.642\ hr$



$$C_{A°} := \frac{C_{A.ss}}{2}$$

$$t° := -\tau \cdot \ln\left(\frac{C_{A.ss} - C_{A°}}{C_{A.ss}}\right)$$

$t° = 16.387\ hr$

$t° = 5.899 \times 10^4\ s$

$t° = 983.236\ min$