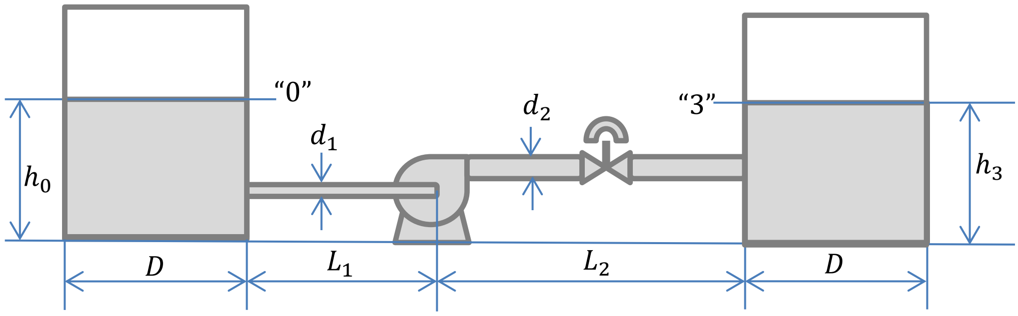
Cognome	Nome	Matricola	Firma

Problema 1. Due serbatoi cilindrici di ugual diametro D contengono acqua, fino ai livelli h_0 e h_3, alla temperatura T e sono aperti all'atmosfera. I due serbatoi sono connessi da un circuito costituito da due tratti di tubazione liscia, di diametro interno d_1 e d_2, e di lunghezze L_1 e L_2. La pompa è in grado di fornire al liquido una energia specifica $\widehat{W}$. La valvola è di nuovo tipo, e il suo coefficiente di perdita per attrito è una funzione incognita della portata volumetrica, $e_v = e_v(\dot{V})$. Vengono eseguiti alcuni esperimenti, variando il grado di chiusura della valvola R ($R = 0$ è la valvola completamente aperta, $R = 1$ è la valvola chiusa) e misurando la portata volumetrica di acqua che circola. Durante gli esperimenti i livelli di liquido nel serbatoio vengono mantenuti costanti (aggiungendo acqua al primo e togliendone dal secondo), i risultati degli esperimenti sono nella tabella.



1. Calcolare il coefficiente e_v per *alcuni* degli esperimenti elencati in tabella (almeno tre);
2. Diagrammare l'andamento del coefficiente e_v contro il grado di chiusura della valvola R;
3. Calcolare la portata che fluirà nel circuito quando $R = 0.3$ e confrontarla col dato ottenibile per interpolazione dalla tabella.

Dati. $D = 2$ m, $h_0 = h_3 = 2$ m, $T = 25$°C, $d_1 = 2.54$ cm, $d_2 = 5.08$ cm, $L_1 = 3$ m, $L_2 = 10$ m, $\widehat{W} = 150$ J/kg.

$\boldsymbol{R}$, adimensionale	0.0	0.1	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$\dot{\boldsymbol{V}}$, litri/s	5.013	4.823	4.565	3.762	3.180	2.483	1.720	0.973	0.350

Problema 2. Una barra cilindrica di naftalina (composto A, di massa molecolare M_A e densità ρ_A), di diametro iniziale D_0 e di lunghezza L, è investita da una corrente di aria (composto B) pura a velocità v_∞, ortogonale all'asse della barra. Il sistema è alla temperatura T ed alla pressione P, in queste condizioni la pressione di sublimazione della naftalina vale P^{subl} e il coefficiente di diffusione naftalina-aria vale D_{AB}.

1. Calcolare il valore del coefficiente di scambio di materia k_C per convezione in aria;

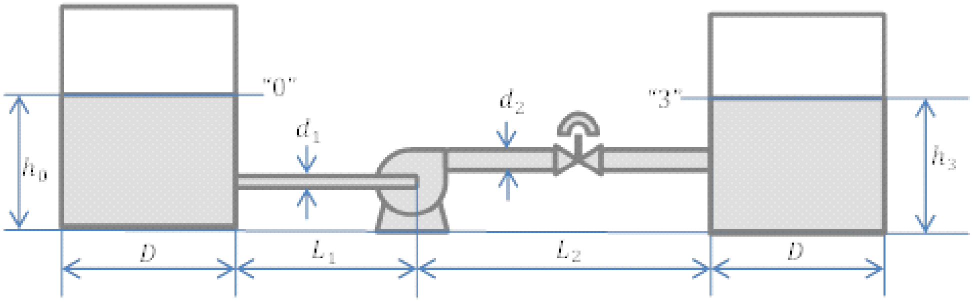
Ipotizzando inoltre che lo scambio di materia avvenga solo attraverso la superficie laterale e che il numero di Sherwood sia costante e uguale al suo valore iniziale, calcolare:

2. Il tempo necessario affinché la sbarra sublimi completamente se esposta alla corrente d'aria pura;
3. Il diametro finale della sbarra se il fenomeno si verifica in un recipiente di volume V, completamente agitato, quando la pressione di saturazione della naftalina in aria è uguale al 99% della pressione di sublimazione.

Dati. $D_0 = 5$ cm, $L = 15$ cm, $v_\infty = 5$ m/s, $T = 15$°C, $P = 1$ bar, $P^{subl} = 0.05$ bar, $D_{AB} = 6 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $V = 1$ m³, $M_A = 0.1282$ kg/mol, $\rho_A = 1140$ kg/m³.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Due serbatoi cilindrici di ugual diametro D contengono acqua, fino ai livelli h_0 e h_3, alla temperatura T e sono aperti all'atmosfera. I due serbatoi sono connessi da un circuito costituito da due tratti di tubazione liscia, di diametro interno d_1 e d_2, e di lunghezze L_1 e L_2. La pompa è in grado di fornire al liquido una energia specifica $\hat{W}$. La valvola è di nuovo tipo, e il suo coefficiente di perdita per attrito è una funzione incognita della portata volumetrica, $e_v = e_v(\dot{V})$. Vengono eseguiti alcuni esperimenti, variando il grado di chiusura della valvola R ($R = 0$ è la valvola completamente aperta, $R = 1$ è la valvola chiusa) e misurando la portata volumetrica di acqua che circola. Durante gli esperimenti i livelli di liquido nel serbatoio vengono mantenuti costanti (aggiungendo acqua al primo e togliendone dal secondo), i risultati degli esperimenti sono nella tabella.



1. Calcolare il coefficiente e_v per *alcuni* degli esperimenti elencati in tabella (almeno tre);
2. Diagrammare l'andamento del coefficiente e_v contro il grado di chiusura della valvola R;
3. Calcolare la portata che fluirà nel circuito quando $R = 0.3$ e confrontarla col dato ottenibile per interpolazione dalla tabella.

Dati. $D = 2$ m, $h_0 = h_3 = 2$ m, $T = 25$°C, $d_1 = 2.54$ cm, $d_2 = 5.08$ cm, $L_1 = 3$ m, $L_2 = 10$ m, $\hat{W} = 150$ J/kg.

R, adimensionale	0.0	0.1	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$\dot{V}$, litri/s	5.013	4.823	4.565	3.762	3.180	2.483	1.720	0.973	0.350

$D := 2\cdot m \quad h_0 := 2\cdot m \quad h_3 := 2\cdot m \quad d_1 := 2.54\,cm \quad d_2 := 5.08\,cm \quad L_1 := 3\cdot m \quad L_2 := 10\cdot m \quad W_s := 150\cdot\frac{J}{kg}$

$T := 25°C \qquad \rho := \rho_w(T) = 997.278\frac{kg}{m^3} \qquad \mu := \mu_w(T) = 9.109\times 10^{-4}\cdot Pa\cdot s$

Bilancio di E.M. "0" - "3"

$$\frac{v_0^2}{2} + g\cdot h_0 + \frac{P_0}{\rho} = \frac{v_3^2}{2} + g\cdot h_3 + \frac{P_3}{\rho} + \frac{v_1^2}{2}\cdot\left(\frac{4\cdot f_1\cdot L_1}{d_1} + 0.45\right) + \frac{v_2^2}{2}\cdot\left(\frac{4\cdot f_2\cdot L_2}{d_2} + 1 + e_v(R)\right) - W_s$$

semplificando
$$0 = 0 + \frac{v_1^2}{2}\cdot\left(\frac{4\cdot f_1\cdot L_1}{d_1} + 0.45\right) + \frac{v_2^2}{2}\cdot\left(\frac{4\cdot f_2\cdot L_2}{d_2} + 1 + e_v(R)\right) - W_s$$

da cui
$$e_v = \frac{W_s - \frac{v_1^2}{2}\cdot\left(\frac{4\cdot f_1\cdot L_1}{d_1} + 0.45\right)}{\frac{v_2^2}{2}} - \left(\frac{4\cdot f_2\cdot L_2}{d_2} + 1\right)$$

per ogni portata Vp
$$v_1(Vp) := \frac{4\cdot Vp}{\pi\cdot d_1^2} \qquad v_2(Vp) := \frac{4\cdot Vp}{\pi\cdot d_2^2}$$

f dal diagramma del Fanning o dalla formula di Haaland
$$f_1(Vp) := f\left(v_1(Vp)\cdot\frac{d_1\cdot\rho}{\mu}, 0\right) \qquad f_2(Vp) := f\left(v_2(Vp)\cdot\frac{d_2\cdot\rho}{\mu}, 0\right)$$

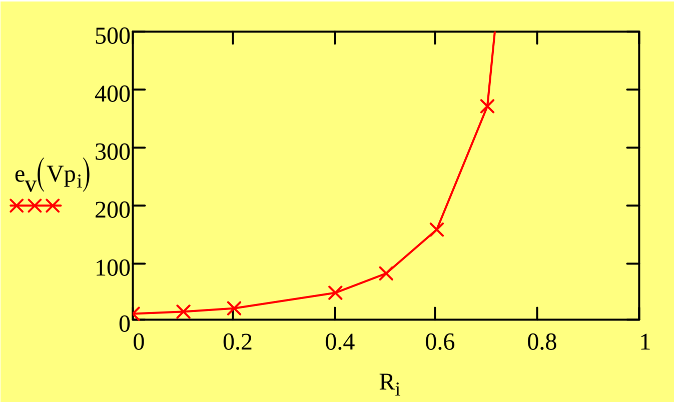
$i := 1..9$

$R_i :=$ $\quad Vp_i := V_p(R_i)$

R_i	Vp_i $\left(\frac{liter}{s}\right)$	$v_1(Vp_i)$ $\left(\frac{m}{s}\right)$	$v_2(Vp_i)$ $\left(\frac{m}{s}\right)$	$f_1(Vp_i)$	$f_2(Vp_i)$
0	5.013	9.893	2.473	$3.645\cdot10^{-3}$	$4.174\cdot10^{-3}$
0.1	4.823	9.518	2.379	$3.672\cdot10^{-3}$	$4.207\cdot10^{-3}$
0.2	4.565	9.01	2.252	$3.711\cdot10^{-3}$	$4.254\cdot10^{-3}$
0.4	3.762	7.424	1.856	$3.851\cdot10^{-3}$	$4.427\cdot10^{-3}$
0.5	3.180	6.275	1.569	$3.98\cdot10^{-3}$	$4.586\cdot10^{-3}$
0.6	2.483	4.901	1.225	$4.182\cdot10^{-3}$	$4.836\cdot10^{-3}$
0.7	1.720	3.394	0.848	$4.511\cdot10^{-3}$	$5.247\cdot10^{-3}$
0.8	0.973	1.92	0.48	$5.102\cdot10^{-3}$	$5.995\cdot10^{-3}$
0.9	0.350	0.691	0.173	$6.503\cdot10^{-3}$	$7.808\cdot10^{-3}$

$$e_v(Vp) := \left[\frac{W_s - \frac{v_1(Vp)^2}{2}\cdot\left(\frac{4\cdot f_1(Vp)\cdot L_1}{d_1} + 0.45\right)}{\frac{v_2(Vp)^2}{2}} - \left(\frac{4\cdot f_2(Vp)\cdot L_2}{d_2} + 1\right)\right]$$

$R_i =$	$Vp_i =$ $\left(\frac{liter}{s}\right)$	$e_v(Vp_i) =$
0	5.013	10.000
0.1	4.823	13.717
0.2	4.565	19.531
0.4	3.762	46.296
0.5	3.18	80.000
0.6	2.483	156.250
0.7	1.72	370.370
0.8	0.973	1250.000
0.9	0.35	10000.000



$R_3 = 0.2 \qquad e_v(Vp_3) = 19.531$

$R_4 = 0.4 \qquad e_v(Vp_4) = 46.296$

interpolando linearmente per R = 0.3

$$Vp_{0.3} := \frac{Vp_4 - Vp_3}{R_4 - R_3}\cdot(0.3 - R_3) + Vp_3 = 4.164\cdot\frac{liter}{s}$$

$$e_{v.0.3} := \frac{e_v(Vp_4) - e_v(Vp_3)}{R_4 - R_3}\cdot(0.3 - R_3) + e_v(Vp_3) = 32.914$$

(il valore terorico è $e_{v.teo}(0.3) = 29.155$)

La portata volumetrica si ricava risolvendo per tentativi il BdEM, ovvero

$Vp := 1\cdot\frac{liter}{s} \qquad$ Given $\qquad e_v(Vp) = e_{v.0.3} \qquad Vp := \text{Minerr}(Vp) = 4.104\cdot\frac{liter}{s}$

$v_1(Vp) = 8.1\,\frac{m}{s} \qquad v_2(Vp) = 2.025\,\frac{m}{s} \qquad f_1(Vp) = 3.787\times10^{-3} \qquad f_2(Vp) = 4.348\times10^{-3}$

$v_1(Vp)\cdot\frac{d_1\cdot\rho}{\mu} = 2.252\times10^5 \qquad v_2(Vp)\cdot\frac{d_2\cdot\rho}{\mu} = 1.126\times10^5$

Problema 2. Una barra cilindrica di naftalina (composto A, di massa molecolare M_A e densità ρ_A), di diametro iniziale D_0 e di lunghezza L, è investita da una corrente di aria (composto B) pura a velocità v_∞, ortogonale all'asse della barra. Il sistema è alla temperatura T ed alla pressione P, in queste condizioni la pressione di sublimazione della naftalina vale P^{subl} e il coefficiente di diffusione naftalina-aria vale D_{AB}.

1. Calcolare il valore del coefficiente di scambio di materia k_C per convezione in aria;

Ipotizzando inoltre che lo scambio di materia avvenga solo attraverso la superficie laterale e che il numero di Sherwood sia costante e uguale al suo valore iniziale, calcolare:

2. Il tempo necessario affinché la sbarra sublimi completamente se esposta alla corrente d'aria pura;
3. Il diametro finale della sbarra se il fenomeno si verifica in un recipiente di volume V, completamente agitato, quando la pressione di saturazione della naftalina in aria è uguale al 99% della pressione di sublimazione. $\frac{J}{\text{mol}\cdot K}$

Dati. $D_0 = 5$ cm, $L = 15$ cm, $v_\infty = 5$ m/s, $T = 15°C$, $P = 1$ bar, $P^{subl} = 0.05$ bar, $D_{AB} = 6\cdot10^{-6}$ m²/s, $V = 1$ m³, $M_A = 0.1282$ kg/mol, $\rho_A = 1140$ kg/m³.

$D_0 := 5\cdot cm$ $\quad L := 15\cdot cm$ $\quad v_{inf} := 5\cdot\frac{m}{s}$ $\quad P := 1\cdot bar$ $\quad P_{subl} := 0.05\cdot bar$ $\quad D_{AB} := 6\cdot10^{-6}\cdot\frac{m^2}{s}$ $\quad V := 1\cdot m^3$ $\quad T := 15\,°C$ $\quad M_A := 0.1282\cdot\frac{kg}{mol}$ $\quad \rho := 1140\cdot\frac{kg}{m^3}$

$$N_{Re} := \frac{v_{inf}\cdot D_0}{\nu_A(T)} = 1.72\times10^4 \qquad N_{Sc} := \frac{\nu_A(T)}{D_{AB}} = 2.422 \qquad N_{Sh} := \left(0.4\cdot N_{Re}^{0.5} + 0.06\cdot N_{Re}^{0.67}\right)\cdot N_{Sc}^{0.4} = 133.578$$

Che equivale a leggere dal grafico di pag. 417

$$j_D := \frac{N_{Sh}}{N_{Re}\cdot N_{Sc}^{0.33}} = 5.799\times10^{-3} \qquad k_C := \frac{N_{Sh}\cdot D_{AB}}{D_0} = 0.016\,\frac{m}{s}$$

Bilancio di materia (barra esposta all'aria pura)

$$\frac{d}{dt}\left(\rho\cdot\frac{\pi\cdot D(t)^2}{4}L\right) = -\pi\cdot D(t)\cdot L\cdot k_C\cdot M_A\cdot\Delta C_A \qquad \Delta C_A = c_{tot}\cdot\left(\frac{P_{subl}}{P} - \frac{P_{inf}}{P}\right) = \frac{1}{R\cdot T}P_{subl}$$

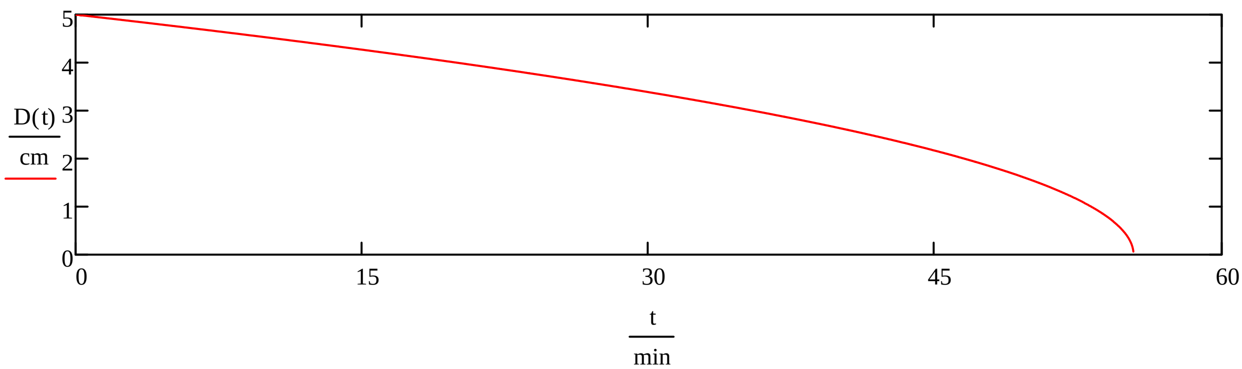
$$\frac{\rho\cdot\pi\cdot L}{4}\cdot2\cdot D(t)\cdot\left(\frac{d}{dt}D(t)\right) = -\pi\cdot D(t)\cdot L\cdot\frac{N_{sh}\cdot D_{AB}}{D(t)}\cdot M_A\cdot\frac{P_{subl}}{R\cdot T}$$

$$D(t)\cdot\left(\frac{d}{dt}D(t)\right) = -\frac{2}{\rho}\cdot N_{Sh}\cdot D_{AB}\cdot M_A\cdot\frac{P_{subl}}{R\cdot T} = -A \qquad A := \frac{2}{\rho}\cdot N_{Sh}\cdot D_{AB}\cdot M_A\cdot\frac{P_{subl}}{R\cdot T} = 3.762\times10^{-7}\,\frac{m^2}{s}$$

$$D(t=0) = D_0$$

$$D(t) := \sqrt{D_0^2 - 2\cdot A\cdot t} \qquad t° := \frac{D_0^2}{2\cdot A} = 3.323\times10^3\,s \qquad t° = 55.376\cdot min$$

$t := 0\cdot s, 1\cdot s\,..\,3600\cdot s$



Bilancio di materia sulla barra (nel caso di sublimazione in un volume V)

$$\frac{d}{dt}\left(\rho\cdot\frac{\pi\cdot D(t)^2}{4}L\right) = \frac{\rho\cdot\pi\cdot L}{4}\cdot 2\cdot D(t)\cdot\left(\frac{d}{dt}D(t)\right) = -\pi\cdot D(t)\cdot L\cdot\frac{N_{Sh}\cdot D_{AB}}{D(t)}\cdot M_A\cdot\frac{c_{tot}}{P}\cdot\left(P_{subl} - P_A(t)\right)$$

ovvero $$D(t)\frac{d}{dt}D(t) = -\frac{2}{\rho}\cdot N_{Sh}\cdot D_{AB}\cdot M_A\cdot\frac{1}{R\cdot T}\cdot\left(P_{subl} - P_A(t)\right) \quad (1)$$

P.A(t) è la pressione parziale di naftalene nel volume (è una funzione del tempo)

$$B := \frac{2}{\rho}\cdot N_{Sh}\cdot D_{AB}\cdot M_A\cdot\frac{1}{R\cdot T} = 7.524\times 10^{-6}\frac{m^2}{s}\cdot\frac{1}{bar} \qquad \frac{c_{tot}}{P} = \frac{1}{R\cdot T}$$

Bilancio di materia nel volume V

$$\frac{d}{dt}\left(V\cdot c_{tot}\cdot\frac{P_A(t)}{P}\right) = V\cdot\frac{c_{tot}}{P}\cdot\left(\frac{d}{dt}P_A(t)\right) = \pi\cdot D(t)\cdot L\cdot\frac{N_{Sh}\cdot D_{AB}}{D(t)}\cdot\frac{c_{tot}}{P}\cdot\left(P_{subl} - P_A(t)\right)$$

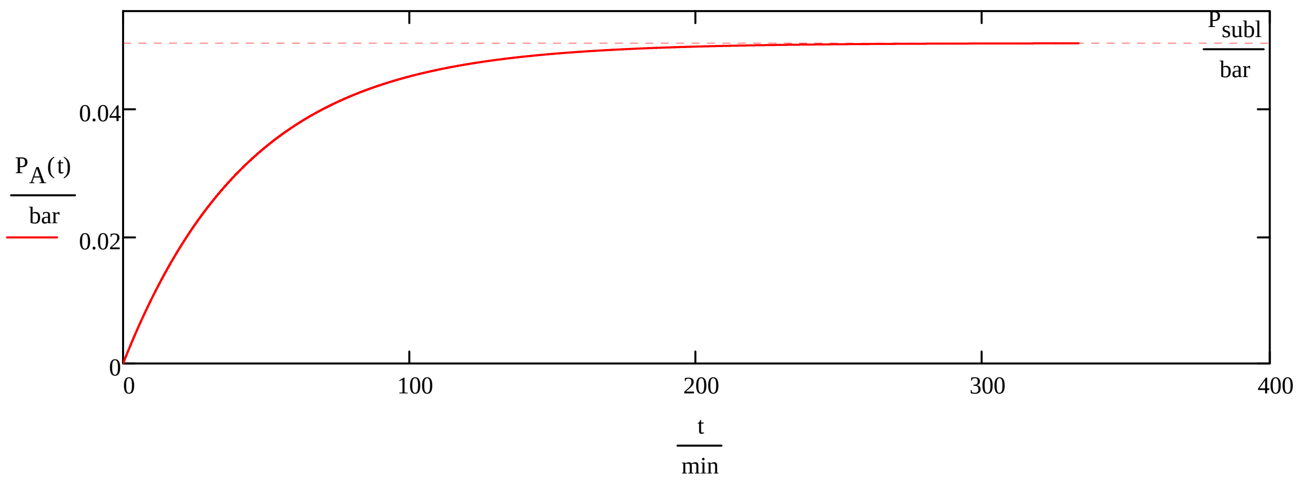
ovvero $$\frac{1}{P_{subl} - P_A(t)}\cdot\frac{d}{dt}P_A(t) = \frac{\pi\, L\cdot N_{Sh}\cdot D_{AB}}{V} = \frac{1}{\tau} \qquad \tau := \left(\frac{\pi\, L\cdot N_{Sh}\cdot D_{AB}}{V}\right)^{-1} = 2.648\times 10^3 s$$

$P_A(t = 0) = P_{A0} = 0$ Aria inizialmente pura

integrando $$\ln\left(\frac{P_{subl} - P_A(t)}{P_{subl} - P_{A0}}\right) = -\frac{t}{\tau} \qquad P_A(t^{\circ\circ}) = 0.99\cdot P_{subl} \qquad t^{\circ\circ} := -\tau\cdot\ln\left(\frac{P_{subl} - 0.99\cdot P_{subl}}{P_{subl}}\right) = 1.219\times 10^4 s$$

(2) $$P_{subl} - P_A(t) = P_{subl}\cdot\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \qquad P_A(t) := P_{subl}\cdot\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) \qquad t^{\circ\circ} = 203.221\cdot min$$

$t := 0\cdot s, 1\cdot s .. 20000\cdot s$



Inserendo l'eq. (2) nell'eq. (1) $$D(t)\frac{d}{dt}D(t) = -B\cdot\left(P_{subl} - P_A(t)\right) = -B\cdot P_{subl}\cdot\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$ integrando

$$\int_{D_0}^{D(t)} D^\circ\, dD^\circ = \frac{D(t)^2 - D_0^2}{2} = -B\cdot P_{subl}\cdot\int_0^t \exp\left(-\frac{t^\circ}{\tau}\right) dt^\circ = -B\cdot P_{subl}\cdot\left[\tau\cdot\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)\right]$$

$$D(t) := \sqrt{\left[D_0^2 - 2\cdot B\cdot P_{subl}\cdot\left[\tau\cdot\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)\right]\right]} \qquad D(t^{\circ\circ}) = 2.297\cdot cm$$