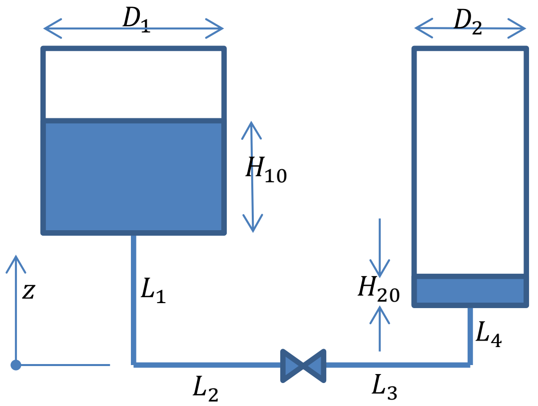
Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2012-2013

Cognome	Nome	Matricola	Firma

Problema 1. Due serbatoi, aperti all'atmosfera e contenenti acqua sono connessi come mostrato in figura. I livelli iniziali di acqua nei due serbatoi sono H_{10} e H_{20}, il tubo di raccordo è liscio di diametro interno d, le altre indicazioni geometriche sono riassunte in figura.



La valvola, inizialmente chiusa, al tempo zero viene aperta (la valvola aperta costituisce una perdita di carico concentrata pari a e_v). Determinare:

1. La quota di equilibrio nei due serbatoi;
2. Dopo quanto tempo viene raggiunto l'equilibrio, se si possono trascurare le perdite distribuite.

Nel caso in cui le perdite distribuite non siano trascurabili,

3. Proporre il modello completo del transitorio e descrivere la procedura risolutiva da adottare.

Dati. $H_{10} = 3$ m, $H_{20} = 0.5$ m, $L_1 = 3$ m, $L_2 = L_3 = 10$ m, $L_4 = 1$ m, $D_1 = 5$ m, $D_2 = 3$ m, $d = 10$ cm, $e_v = 1.2$.

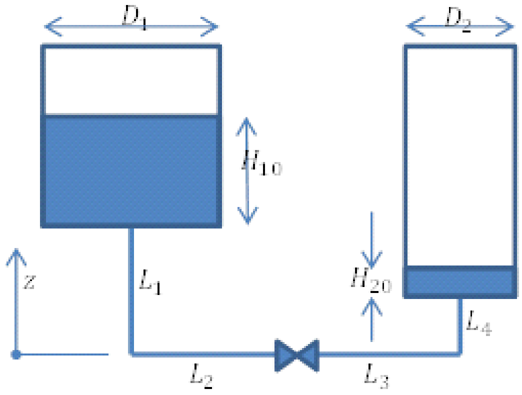
Problema 2. Due sferette, dello stesso diametro D ma di due materiali con differenti caratteristiche termiche (rispettivamente α_1, k_1 e α_2, k_2), inizialmente entrambe alla temperatura T_0, vengono immerse in un fluido a temperatura T_1, col quale scambiano calore per convezione. Si osserva che, dopo un tempo t^*, la temperatura al centro della prima sfera è diventata T^*. Calcolare:

1. Il numero di Biot termico per la prima sfera;
2. Il coefficiente di scambio convettivo h, comune alle due sfere;
3. La temperatura del centro della seconda sfera dopo un tempo t^*.

Dati. $\alpha_1 = 4.17 \cdot 10^{-8}$ m²/s, $k_1 = 0.2$ W/(m·K), $\alpha_2 = 2\alpha_1$, $k_2 = 10k_1$, $D = 1$ cm, $T_0 = 20$°C, $T_1 = 120$°C, $t^* = 15$ min, $T^* = 105$°C.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Due serbatoi, aperti all'atmosfera e contenenti acqua sono connessi come mostrato in figura. I livelli iniziali di acqua nei due serbatoi sono H_{10} e H_{20}, il tubo di raccordo è liscio di diametro interno d, le altre indicazioni geometriche sono riassunte in figura. La valvola, inizialmente chiusa, al tempo zero viene aperta (la valvola aperta costituisce una perdita di carico concentrata pari a e_v). Determinare:



1. La quota di equilibrio nei due serbatoi;
2. Dopo quanto tempo viene raggiunto l'equilibrio, se si possono trascurare le perdite distribuite.

Nel caso in cui le perdite distribuite non siano trascurabili,

3. Proporre il modello completo del transitorio e descrivere la procedura risolutiva da adottare.

Dati. $H_{10} = 3$ m, $H_{20} = 0.5$ m, $L_1 = 3$ m, $L_2 = L_3 = 10$ m, $L_4 = 1$ m, $D_1 = 5$ m, $D_2 = 3$ m, $d = 10$ cm, $e_v = 1.2$.

$D_1 := 5 \cdot m$ $\quad$ $D_2 := 3 \cdot m$ $\quad$ $L_1 := 3 \cdot m$ $\quad$ $L_4 := 1 \cdot m$

$H_{10} := 3m$ $\quad$ $H_{20} := 0.5 \cdot m$ $\quad$ $L_2 := 10 \cdot m$ $\quad$ $L_3 := 10 \cdot m$ $\quad$ $e_v := 1.2$

$A := 0.45 + 0.5 + e_v + 0.5 + 1 = 3.65$ $\quad$ $d := 10 \cdot cm$

1. Quote all'equilibrio $\quad H_{1°} := 1 \cdot m \quad H_{2°} := 1 \cdot m$ (valori di tentativo)

Given

acqua persa dal primo recipiente = acqua ricevuta dal secondo recipiente

$$\frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot (H_{10} - H_{1°}) = \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot (H_{2°} - H_{20})$$

situazione all'equilibrio

$$H_{1°} + L_1 = H_{2°} + L_4$$

$$\begin{pmatrix} H_{1°} \\ H_{2°} \end{pmatrix} := \text{Minerr}(H_{1°}, H_{2°}) = \begin{pmatrix} 1.809 \\ 3.809 \end{pmatrix} m$$

$H_{1°} + L_1 = 4.809\,m$ $\quad$ $H_{2°} + L_4 = 4.809\,m$

2. Tempo per raggiungere l'equilibrio

$$\tau := \left[\sqrt{\frac{2 \cdot g}{A}} \cdot \left[\left(\frac{d}{D_1}\right)^2 + \left(\frac{d}{D_2}\right)^2\right]\right]^{-1} = 285.479 \cdot \frac{s}{\sqrt{m}}$$

$\delta_0 := H_{10} + L_1 - (H_{20} + L_4) = 4.5\,m$ $\quad$ $\sqrt{\delta_0} = 2.121\,m^{0.5}$

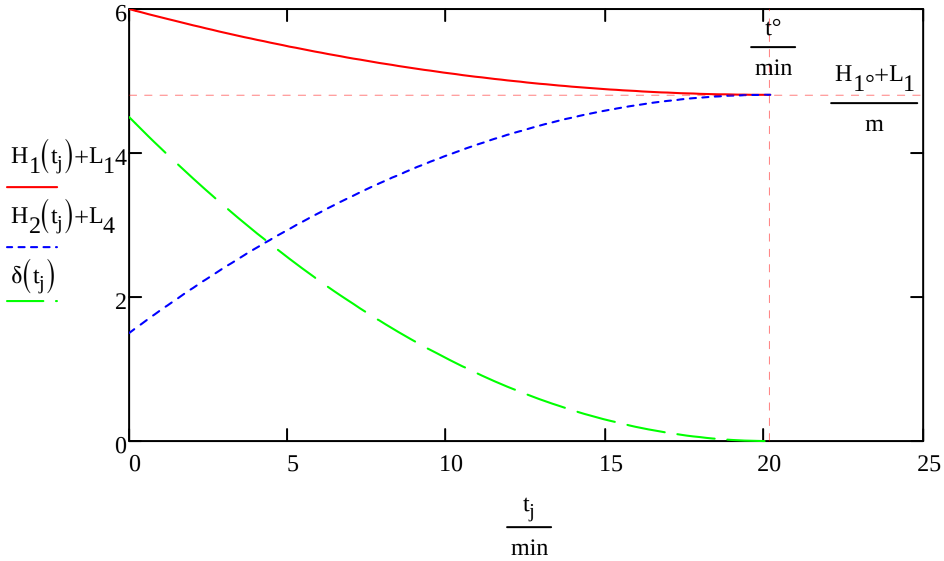
$$\delta(t) := \left(\sqrt{\delta_0} - \frac{t}{2 \cdot \tau}\right)^2$$

$t° := 2 \cdot \tau \cdot \sqrt{\delta_0} = 1.211 \times 10^3\,s$ $\quad$ $t° = 20.186 \cdot min$

$$\tau_1 := \left[\sqrt{\frac{2\cdot g}{A}}\cdot\left(\frac{d}{D_1}\right)^2\right]^{-1} = 1.078\times 10^3\cdot\frac{s}{\sqrt{m}}$$

$$H_1(t) := H_{10} - \frac{1}{\tau_1}\cdot\left(\sqrt{\delta_0}\cdot t - \frac{1}{4\cdot\tau}\cdot t^2\right) \qquad H_2(t) := H_1(t) - \delta(t) + L_1 - L_4$$

$$N := 100 \qquad j := 0\,..\,100 \qquad t_j := j\cdot\frac{t°}{N}$$



$$H_{1°} + L_1 = 4.809\,m$$

$$t° = 20.186\cdot min$$

3. Nel **modello completo** la variabile "A" è funzione della velocità e dunque della variabile δ(t)

Problema 2. Due sferette, dello stesso diametro D ma di due materiali con differenti caratteristiche termiche (rispettivamente α_1, k_1 e α_2, k_2), inizialmente entrambe alla temperatura T_0, vengono immerse in un fluido a temperatura T_1, col quale scambiano calore per convezione. Si osserva che, dopo un tempo t^*, la temperatura al centro della prima sfera è diventata T^*. Calcolare:

1. Il numero di Biot termico per la prima sfera;
2. Il coefficiente di scambio convettivo h, comune alle due sfere;
3. La temperatura del centro della seconda sfera dopo un tempo t^*.

Dati. $\alpha_1 = 4.17 \cdot 10^{-8}$ m²/s, $k_1 = 0.2$ W/(m·K), $\alpha_2 = 2\alpha_1$, $k_2 = 10k_1$, $D = 1$ cm, $T_0 = 20$°C, $T_1 = 120$°C, $t^* = 15$ min, $T^* = 105$°C.

$\alpha_1 := 4.17 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{m^2}{s}$ $\quad k_1 := 0.2 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$ $\quad D := 1 \cdot cm$ $\quad R := \frac{D}{2}$ $\quad t° := 15 \cdot min$ $\quad T° := 105\,°C$

$\alpha_2 := 2 \cdot \alpha_1$ $\quad k_2 := 10 \cdot k_1$ $\quad T_1 := 120\,°C$ $\quad T_0 := 20\,°C$

$X_1 := \frac{\alpha_1 \cdot t°}{R^2} = 1.501$ $\qquad Y := \frac{T° - T_1}{T_0 - T_1} = 0.15$

$$\theta(t, r, N_{Bi.H}) := \left| \begin{array}{l} \lambda_1 \leftarrow 1 \\ \lambda_1 \leftarrow \mathrm{root}(1 - \lambda_1 \cdot \cot(\lambda_1) - N_{Bi.H}, \lambda_1) \\ A_1 \leftarrow \frac{4 \cdot (\sin(\lambda_1) - \lambda_1 \cdot \cos(\lambda_1))}{(2 \cdot \lambda_1 - \sin(2 \cdot \lambda_1))} \\ \theta \leftarrow A_1 \cdot \frac{\sin\left(\lambda_1 \cdot \frac{r}{R}\right)}{\lambda_1 \cdot \frac{r}{R}} \cdot \exp\left(-\lambda_1^{\,2} \cdot \frac{\alpha_1 \cdot t}{R^2}\right) \end{array} \right.$$

$N_{Bi.H1} := 1$ $\qquad$ Given $\qquad \theta(t°, 0, N_{Bi.H1}) = Y$

$N_{Bi.H1} := \mathrm{Minerr}(N_{Bi.H1}) = 0.498$

$h := \frac{k_1 \cdot N_{Bi.H1}}{R} = 19.9 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$ $\qquad \frac{h \cdot D}{6 \cdot k_1} = 0.166$

Questo programma funziona come il nomogramma del transitorio della sfera

$N_{Bi.H2} := \frac{h \cdot R}{k_2}$ $\qquad N_{Bi.H2} = 0.05$ $\qquad$ lumped parameter analysis

Bilancio di energia sulla seconda sfera a parametri concentrati

$$\rho \cdot C_P \cdot V \cdot \left(\frac{d}{dt} T(t)\right) = h \cdot S \cdot (T_1 - T) \qquad T(0) = T_0$$

$\frac{S}{V} = \frac{4 \cdot \pi \cdot R^2}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} = \frac{3}{R}$ $\qquad \frac{h}{\rho \cdot C_P} \cdot \frac{k}{k} = \frac{h \cdot \alpha}{k}$ $\qquad \tau := \left(\frac{h \cdot \alpha_2}{k_2} \cdot \frac{3}{R}\right)^{-1} = 2.007 \times 10^3\, s$

$\theta_2(t) := \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ $\qquad \theta_2(t°) = 0.639$ $\qquad T := T_1 + (T_0 - T_1) \cdot \theta_2(t°) = 56.1 \cdot °C$