Cognome	Nome	Matricola	Firma

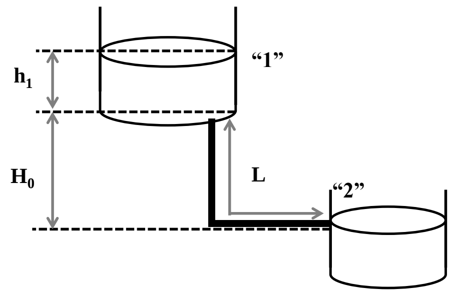
Problema 1. Una sferetta polimerica di diametro D_S contiene una molecola attiva a concentrazione iniziale C_{A0}^{SOL}. La sferetta viene immersa in un contenitore cilindrico di diametro D che contiene acqua inizialmente pura fino al livello H. Il liquido, a temperatura T, è agitato mediante un agitatore a pale di diametro D_A, che ruota alla velocità angolare N. I coefficienti di diffusività della molecola attiva nel polimero e nell'acqua sono rispettivamente D_{AP} e D_{AW}, all'interfaccia tra polimero e mezzo di dissoluzione si verifica un equilibrio tra le concentrazioni della molecola attiva descritto dalla legge $C_A^{LIQ} = K_A C_A^{SOL}$.

1. Calcolare la massa di molecola attiva inizialmente contenuta nella lastrina e il flusso iniziale di materia che esce dalla lastrina;
2. Determinare se il transitorio per descrivere il trasporto di materia nella lastrina va trattato a parametri concentrati o a parametri distribuiti;
3. Proporre un modello per descrivere come cambia la concentrazione della molecola attiva nella lastrina (fase solida) e nel recipiente (fase liquida). Calcolare le concentrazioni della molecola attiva nella fase solida e nella fase liquida dopo un tempo t_1.

Dati. $D_S = 2$ mm, $C_{A0}^{SOL} = 3$ mol/m^3, $D = 10$ cm, $H = 15$ cm, $T = 37$°C, $D_A = 6$ cm, $N = 50$ rpm, $D_{AP} = 10^{-5}$ cm^2/s, $D_{AW} = 10^{-4}$ cm^2/s, $K_A = 0.01$, $t_1 = 10$ min.

Problema 2.

Nel processo di produzione del sugo di pomodoro (di densità ρ e viscosità μ) il prodotto viene stoccato in un serbatoio cilindrico di diametro D_1 ed altezza h_1 a temperatura ambiente. Il serbatoio si trova ad un'altezza H_0 dal suolo. Il sugo di pomodoro viene quindi inviato ad un pastorizzatore inizialmente vuoto di diametro D_2 che si trova alla temperatura di 85°C attraverso una tubazione liscia. La tubazione ha lunghezza totale L e diametro d, e presenta una curva a gomito.



1. Calcolare la velocità del sugo di pomodoro all'interno della tubazione.

Dopo un tempo t^* il pastorizzatore si riempie completamente. Al fondo del pastorizzatore viene aperto un foro che consenta la fuoriuscita del prodotto per passare alla fase di imbottigliamento.

2. Calcolare l'altezza del pastorizzatore.

3. Proporre un'equazione che descriva lo svuotamento del pastorizzatore durante l'imbottigliamento sapendo che la produttività dell'impianto è Q e valutare dopo quanto tempo il pastorizzatore si svuota completamente.

Il livello h_1 del serbatoio viene mantenuto costante. Si consideri costante la variazione di quota tra i due peli liberi.

Dati. $\rho = 1103.5 - 0.23 \cdot T(K)$ kg/m^3, $\mu = 50$ cP, $D_1 = 3$ m, $h_1 = 1.5$ m, $H_0 = 5$ m, $D_2 = 2$ m, $L = 1.5$ m, $d = 4$ cm, $t^* = 10$ min, $Q = 5$ m^3/h

Problema 1. Una sferetta polimerica di diametro D_S contiene una molecola attiva a concentrazione iniziale C_{A0}^{SOL}. La sferetta viene immersa in un contenitore cilindrico di diametro D che contiene acqua inizialmente pura fino al livello H. Il liquido, a temperatura T, è agitato mediante un agitatore a pale di diametro D_A, che ruota alla velocità angolare N. I coefficienti di diffusività della molecola attiva nel polimero e nell'acqua sono rispettivamente D_{AP} e D_{AW}, all'interfaccia tra polimero e mezzo di dissoluzione si verifica un equilibrio tra le concentrazioni della molecola attiva descritto dalla legge $C_A^{LIQ} = KC_A^{SOL}$.

1. Calcolare la massa di molecola attiva inizialmente contenuta nella lastrina e il flusso iniziale di materia che esce dalla lastrina;
2. Determinare se il transitorio per descrivere il trasporto di materia nella lastrina va trattato a parametri concentrati o a parametri distribuiti;
3. Proporre un modello per descrivere come cambia la concentrazione della molecola attiva nella lastrina (fase solida) e nel recipiente (fase liquida).

Dati. $D_S = 2$ mm, $C_{A0}^{SOL} = 3$ mol/m³, $D = 10$ cm, $H = 15$ cm, $T = 37$°C, $D_A = 6$ cm, $N = 50$ rpm, $D_{AP} = 10^{-6}$ cm²/s, $D_{AW} = 10^{-4}$ cm²/s, $K = 0.01$.

$D_s := 2\cdot mm$ $\quad C_{A0.SOL} := 3\cdot\frac{mol}{m^3}$ $\quad D := 10cm$ $\quad H := 15cm$ $\quad D_A := 6\cdot cm$ $\quad N := 50\cdot rpm$

$D_{AP} := 10^{-5}\cdot\frac{cm^2}{s}$ $\quad D_{AW} := 10^{-4}\cdot\frac{cm^2}{s}$ $\quad K_A := 0.01$ $\quad T := 37\,°C$ $\quad C_{A0.LIQ} := 0\cdot\frac{kg}{m^3}$

$$m_0 := \frac{\pi\cdot D_s^3}{6}\cdot C_{A0.SOL} = 1.257\times 10^{-8}\,mol$$

(eq. 18-18 p. 18-25, Perry 8th)

$$N_{Re} := \frac{D_A^2\cdot N\cdot\rho_w(T)}{\mu_w(T)} = 2.614\times 10^4 \qquad N_{Sc} := \frac{\mu_w(T)}{\rho_w(T)\cdot D_{AW}} = 72.101 \qquad N_{Sh} := 0.36\cdot N_{Re}^{\frac{2}{3}}\cdot N_{Sc}^{\frac{1}{3}} = 1.32\times 10^3$$

$$k_c := \frac{D_{AW}}{D}\cdot N_{Sh} = 1.32\times 10^{-4}\,\frac{m}{s}$$

$$N_{A0} := k_c\cdot\left(K_A\cdot C_{A0.SOL} - C_{A0.LIQ}\right) = 3.96\times 10^{-6}\cdot\frac{mol}{m^2\cdot s}$$

$$N_{A0}\cdot\pi\cdot D_s^2 = 4.976\times 10^{-11}\cdot\frac{mol}{s}$$

$$N_{Bi.mat} := \frac{k_c\cdot K_A\cdot\frac{D_s}{6}}{D_{AP}} = 0.44$$

Parametri concentrati

Bilancio sul solido

$$\frac{\pi \cdot D_s^3}{6}\cdot\left(\frac{d}{dt}C_{A.SOL}\right) = -W_A = -\pi\cdot D_s^2\cdot N_A = -\left(\pi\cdot D_s^2\right)\cdot k_c\cdot\left(K_A\cdot C_{A.SOL} - C_{A.LIQ}\right)$$

@ t = 0

$$C_{A.SOL}(t = 0) = C_{A0.SOL}$$

Bilancio sul liquido

$$\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot H\cdot\left(\frac{d}{dt}C_{A.LIQ}\right) = W_A = \pi\cdot D_s^2\cdot k_c\cdot\left(K_A\cdot C_{A.SOL} - C_{A.LIQ}\right)$$

$$C_{A.LQIQ}(t = 0) = C_{A0.LIQ}$$

$$\frac{d}{dt}\left(K_A\cdot C_{A.SOL}\right) = \frac{-6\cdot k_c\cdot K_A}{D_s}\left(K_A\cdot C_{A.SOL} - C_{A.LIQ}\right) \qquad \frac{d}{dt}C_{A.LIQ} = \frac{\pi\cdot D_s^2\cdot k_c\cdot 4}{\pi\cdot D^2\cdot H}\cdot\left(K_A\cdot C_{A.SOL} - C_{A.LIQ}\right)$$

$$\delta_A = \left(K_A\cdot C_{A.SOL} - C_{A.LIQ}\right)$$

$$\tau := -\left(\frac{-6\cdot k_c\cdot K_A}{D_s} - \frac{\pi\cdot D_s^2\cdot k_c\cdot 4}{\pi\cdot D^2\cdot H}\right)^{-1} = 252.465\,s \qquad 5\cdot\tau = 0.351\cdot hr$$

$$\frac{d}{dt}\delta_A = \left(\frac{-6\cdot k_c\cdot K_A}{D_s} - \frac{\pi\cdot D_s^2\cdot k_c\cdot 4}{\pi\cdot D^2\cdot H}\right)\cdot\delta_A$$

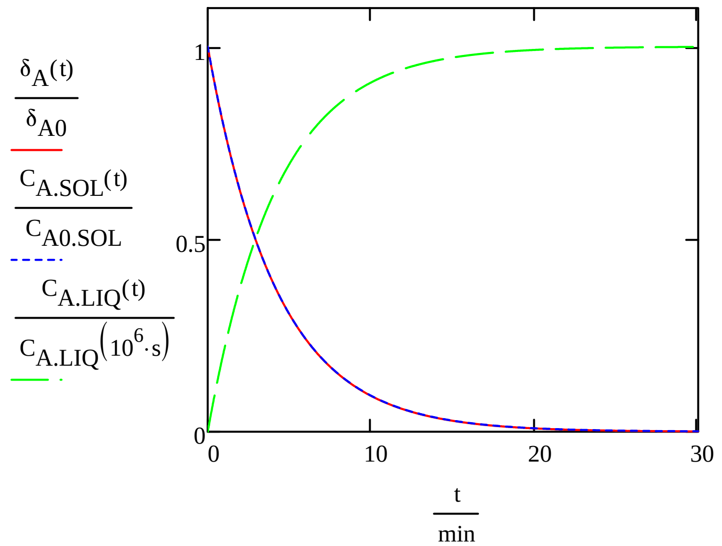
$$\delta_{A0} := K_A\cdot C_{A0.SOL} - C_{A0.LIQ} = 0.03\,\frac{mol}{m^3} \qquad \delta_A(t) := \delta_{A0}\cdot\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\frac{\delta_A(5\cdot\tau)}{\delta_{A0}} = 6.738\times 10^{-3}$$

$$\frac{d}{dt}C_{A.SOL} = \frac{6\cdot k_c}{D_s}\cdot\delta_{A0}\cdot\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad ====> \quad C_{A.SOL}(t) := C_{A0.SOL} + \frac{-6\cdot k_c}{D_s}\cdot\delta_{A0}\cdot(-\tau)\cdot\left(\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - 1\right)$$

$$\frac{d}{dt}C_{A.LIQ} = \frac{\pi\cdot D_s^2\cdot k_c\cdot 4}{\pi\cdot D^2\cdot H}\cdot\delta_{A0}\cdot\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad ====> \quad C_{A.LIQ}(t) := C_{A0.LIQ} + \frac{\pi\cdot D_s^2\cdot k_c\cdot 4}{\pi\cdot D^2\cdot H}\cdot\delta_{A0}\cdot(-\tau)\cdot\left(\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - 1\right)$$

$$t := 0\cdot s, 1\cdot s\,..\,1800\cdot s$$



$$C_{A0.SOL} = 3\,\frac{mol}{m^3}$$

$$C_{A0.SOL} + \frac{6\cdot k_c}{D_s}\cdot\delta_{A0}\cdot(-\tau) = 1.066\times 10^{-3}\,\frac{mol}{m^3}$$

$$C_{A.SOL}\left(10^6\cdot s\right) = 1.066\times 10^{-3}\,\frac{mol}{m^3}$$

$$-\frac{\pi\cdot D_s^2\cdot k_c\cdot 4}{\pi\cdot D^2\cdot H}\cdot\delta_{A0}\cdot(-\tau) = 1.066\times 10^{-5}\,\frac{mol}{m^3}$$

$$C_{A.LIQ}\left(10^6\cdot s\right) = 1.066\times 10^{-5}\,\frac{mol}{m^3}$$

Soluzione di stato stazionario

$$m_0 = C_{A.SS.SOL}\cdot\frac{\pi\cdot D_s^3}{6} + C_{A.SS.LIQ}\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot H \quad ====> \quad C_{A.SS.SOL} := \frac{12\cdot m_0}{3\cdot\pi\cdot H\cdot K_A\cdot D^2 + 2\cdot\pi\cdot D_s^3} = 1.066\times 10^{-3}\,\frac{mol}{m^3}$$

$$C_{A.SS.SOL}\cdot K_A = C_{A.SS.LIQ}$$

$$C_{A.SS.LIQ} := K_A\cdot C_{A.SS.SOL} = 1.066\times 10^{-5}\,\frac{mol}{m^3}$$

Nel processo di produzione del sugo di pomodoro (di densità ρ e viscosità μ) il prodotto viene stoccato in un serbatoio cilindrico di diametro D_1 ed altezza h_1 a temperatura ambiente. Il serbatoio si trova ad un'altezza H_0 dal suolo. Il sugo di pomodoro viene quindi inviato ad un pastorizzatore inizialmente vuoto di diametro D_2 che si trova alla temperatura di 85°C attraverso una tubazione liscia. La tubazione ha lunghezza totale L e diametro d, e presenta una curva a gomito.

1. Calcolare la velocità del sugo di pomodoro all'interno della tubazione.

Dopo un tempo t^* il pastorizzatore si riempie completamente. Al fondo del pastorizzatore viene aperto un foro che consenta la fuoriuscita del prodotto per passare alla fase di imbottigliamento.

2. Calcolare l'altezza del pastorizzatore.

3. Proporre un'equazione che descriva lo svuotamento del pastorizzatore durante l'imbottigliamento sapendo che la produttività dell'impianto è Q e valutare dopo quanto tempo il pastorizzatore si svuota completamente.

Il livello h_1 del serbatoio viene mantenuto costante. Si consideri costante la variazione di quota tra i due peli liberi.

Dati. $\rho = 1103.5\text{-}0.23 \cdot T(K)$ kg/m³, $\mu = 50$ cP, $D_1 = 3$ m, $h_1 = 1.5$ m, $H_0 = 5$ m, $D_2 = 2$ m, $L = 1.5$ m, $d = 4$ cm, $t^* = 10$ min, $Q = 5$ m³/h

$h_{20} := 0 \cdot m$

$\rho := 1035 \dfrac{kg}{m^3}$ $\quad \mu := 0.05 \cdot \dfrac{kg}{m \cdot s}$ $\quad d := 4 \cdot cm$ $\quad h_1 := 1.5 \cdot m$ $\quad D_2 := 2 \cdot m$ $\quad H_0 := 5 \cdot m$

$L := 1.5 \cdot m$ $\quad k\_d := 0.00$ $\quad D_1 := 3 \cdot m$

Bilancio di EM 1-2 (1 = pelo libero serbatoio superiore, 2 = sbocco del tubo)

$V_1 := \dfrac{\pi}{4} \cdot D_1^2 \cdot h_1 = 1.06 \times 10^4 L$

$$\frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 + \frac{P_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma e_v\right) \qquad v_1 = v_2 = 0 \qquad P_1 = P_2 \qquad \Delta h = H_0 + h_{10} - h_{20}$$

$\Delta h := H_0 + h_1 - h_{20} = 6.5 m$ $\qquad \Sigma e_v := 1 + 0.45 + 0.5 = 1.95$ $\qquad$ sbocco + imbocco + curva

$v_t := 1 \cdot \dfrac{m}{s}$ valore di primo tentativo $\quad$ Given

$$g \cdot \Delta h = \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 f\left(\frac{v_t \cdot d \cdot \rho}{\mu}, k\_d\right) \cdot \frac{L}{d} + \Sigma e_v\right) \qquad v_t := \text{Minerr}(v_t) = 6.163 \frac{m}{s}$$

$N_{Re} := \dfrac{v_t \cdot d \cdot \rho}{\mu} = 5.103 \times 10^3$ $\qquad f\left(\dfrac{v_t \cdot d \cdot \rho}{\mu}, k\_d\right) = 9.374 \times 10^{-3}$

$4 f\left(\dfrac{v_t \cdot d \cdot \rho}{\mu}, k\_d\right) \cdot \dfrac{L}{d} = 1.406$

$\Sigma e_v = 1.95$

Calcolo altezza serbatoio

$t := 10 \cdot min$ $\qquad h_2 := v_t \cdot \left(\dfrac{d^2}{D_2^2}\right) \cdot t$

$h_2 = 1.479 m$ $\qquad V_2 := h_2 \cdot \dfrac{\pi}{4} \cdot D_2^2$ $\qquad V_2 = 4.647 \times 10^3 L$

Svuotamento

$h_{2i} := h_2$

$Q := 5 \cdot \dfrac{m^3}{hr}$ $\qquad h_2 := h_{2i} - \dfrac{t \cdot Q}{\pi \cdot \left(\dfrac{D_2^2}{4}\right)}$ $\qquad t := h_{2i} \cdot \dfrac{\pi}{4} \cdot \dfrac{D_2^2}{Q}$ $\qquad t = 0.929 \cdot hr$