Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2011-2012

Cognome	Nome	Matricola	Firma

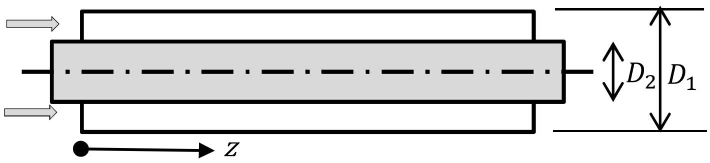
Problema 1. Tony Stark deve determinare quanta energia sarà necessaria per vincere la resistenza dell'aria volando alla velocità v_c ad una quota H per una distanza L con la nuova armatura di *Iron Man*. Allo scopo, ne fa testare un modellino 1:10 in una galleria del vento in cui fluisce aria a condizioni atmosferiche (T_0, P_0) a velocità v_A, in queste condizioni sul modellino agisce una forza d'attrito con l'aria pari a F_A.

1. Calcolare la densità dell'aria alla quota H, considerando che le condizioni al livello del mare sono di temperatura T_0 e pressione P_0, che l'aria si può considerare un gas ideale e che la variazione della temperatura con la quota è lineare;
2. Calcolare la velocità dell'aria nella galleria del vento, v_A, e la forza d'attrito tra l'armatura e l'aria nel caso reale, F_c;
3. Supponendo che il fattore d'attrito misurato sul modellino sia nella regione in cui è indipendente dal numero di Reynolds, calcolare l'energia necessaria per vincere la resistenza dell'aria per l'armatura reale.

Dati. $v_c = 200$ m/s, $H = 10$ km, $L = 50$ km, $T_0 = 298.15$ K, $P_0 = 101325$ Pa, $F_A = 1500$ N,
$(\partial T/\partial z) = -5$°C/km.

Problema 2. Una portata $\dot{m}$ di acqua a temperatura T_0 viene inviata in un tubo di diametro interno D_1 e lunghezza L. Nel tubo c'è un cilindro, coassiale al tubo, di diametro esterno D_2, conducibilità k, e sede di una generazione di calore volumetrica G. Allo stato stazionario, trascurando la dipendenza dei parametri fisici dalla temperatura e il calore dissipato verso l'esterno della tubazione, e assumendo che il trasporto di calore per convezione sia istantaneo:

1. Determinare l'evoluzione della temperatura dell'acqua lungo il tubo e calcolare la temperatura dell'acqua all'uscita;



2. Determinare il profilo radiale di temperatura nel cilindro sede della generazione di calore per una posizione assiale assegnata (per un valore noto di z), e calcolare la temperatura all'asse del cilindro all'uscita dal tubo (per $z = L$).

Dati. $\dot{m} = 6.4$ kg/s, $T_0 = 30$°C, $D_1 = 10$ cm, $L = 2$ m, $D_2 = 5$ cm, $k = 50$ W/(m·K), $G = 3 \cdot 10^4$ kW/m^3.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Tony Stark deve determinare quanta energia sarà necessaria per vincere la resistenza dell'aria volando alla velocità v_c ad una quota H per una distanza L con la nuova armatura di *Iron Man*. Allo scopo, ne fa testare un modellino 1:10 in una galleria del vento in cui fluisce aria a condizioni atmosferiche (T_0, P_0) a velocità v_A, in queste condizioni sul modellino agisce una forza d'attrito con l'aria pari a F_A.

1. Calcolare la densità dell'aria alla quota H, considerando che le condizioni al livello del mare sono di temperatura T_0 e pressione P_0, che l'aria si può considerare un gas ideale e che la variazione della temperatura con la quota è lineare;
2. Calcolare la velocità dell'aria nella galleria del vento, v_A, e la forza d'attrito tra l'armatura e l'aria nel caso reale, F_c;
3. Supponendo che il fattore d'attrito misurato sul modellino sia nella regione in cui è indipendente dal numero di Reynolds, calcolare l'energia necessaria per vincere la resistenza dell'aria per l'armatura reale.

Dati. $v_c = 200\ \text{m/s}$, $H = 10\ \text{km}$, $L = 50\ \text{km}$, $T_0 = 298.15\ \text{K}$, $P_0 = 101325\ \text{Pa}$, $F_A = 1500\ \text{N}$, $(\partial T/\partial z) = -5°\text{C/km}$.

$H := 10 \cdot km \qquad P_0 := 101325 \cdot Pa \qquad T_0 := 298.15 \cdot K \qquad dTdz := \frac{-5 \cdot K}{km}$

$MM := 0.029 \cdot \frac{kg}{mol} \qquad R := 8.314 \cdot \frac{J}{mol \cdot K} \qquad g = 9.807 \frac{m}{s^2} \qquad T(z) := T_0 + dTdz \cdot z$

$dP = -g \cdot \rho \cdot dz \qquad P \cdot V = \frac{m}{MM} \cdot R \cdot T \qquad P \cdot MM = \rho \cdot R \cdot T \qquad \rho = \frac{P \cdot MM}{R \cdot T}$

$dP = -g \cdot \frac{P \cdot MM}{R \cdot T} \cdot dz \qquad \frac{dP}{P} = -\frac{g \cdot MM}{R} \cdot \frac{dz}{T_0 + dTdz \cdot z} \qquad \int_{P_0}^{P(z)} \frac{1}{P}\, dP = -\frac{g \cdot MM}{R} \cdot \int_0^z \frac{1}{T_0 + dTdz \cdot z}\, dz$

$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = \frac{g \cdot MM}{R \cdot dTdz} \cdot \ln\left(\frac{T_0 + dTdz \cdot z}{T_0}\right) \qquad P(z) := P_0 \cdot \exp\left(-\frac{g \cdot MM}{R \cdot dTdz} \cdot \ln\left(\frac{T_0 + dTdz \cdot z}{T_0}\right)\right) \qquad \rho(z) := \frac{P(z) \cdot MM}{R \cdot T(z)}$

$T(H) = -25 \cdot °C \qquad P(H) = 0.285 \cdot atm \qquad \rho(0 \cdot m) = 1.185 \frac{kg}{m^3} \qquad \rho(H) = 0.406 \frac{kg}{m^3} \qquad \mu_A(T(H)) = 1.6 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s}$

Situazione 1: caso reale, situazione 2: galleria del vento

$\rho_1 := \rho(H) = 0.406 \frac{kg}{m^3} \qquad \mu_1 := \mu_A(T(H)) = 1.6 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s} \qquad F_A := 1500 \cdot N \qquad F_2 := F_A$

$\rho_2 := \rho(0) = 1.185 \frac{kg}{m^3} \qquad \mu_2 := \mu_A(T_0) = 1.841 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s} \qquad v_c := 200 \cdot \frac{m}{s} \qquad v_1 := v_c$

Similitudine geometrica $\qquad L_1 = 10 \cdot L_2$

Similitudine dinamica $\qquad f_1 = f_2$

$$\frac{F_1}{\frac{\rho_1 \cdot v_1^2}{2} \cdot L_1^2} = \frac{F_2}{\frac{\rho_2 \cdot v_2^2}{2} \cdot L_2^2}$$

$N_{Re1} = N_{Re2}$

$$\frac{v_1 \cdot L_1 \cdot \rho_1}{\mu_1} = \frac{v_2 \cdot L_2 \cdot \rho_2}{\mu_2}$$

Essendo $L_1 = 10 \cdot L_2$

si ha $\dfrac{v_1 \cdot (10 \cdot L_2) \cdot \rho_1}{\mu_1} = \dfrac{v_2 \cdot L_2 \cdot \rho_2}{\mu_2}$ da cui $v_2 := \dfrac{10 \cdot v_1 \cdot \rho_1 \cdot \mu_2}{\rho_2 \cdot \mu_1} = 787.464 \dfrac{m}{s}$

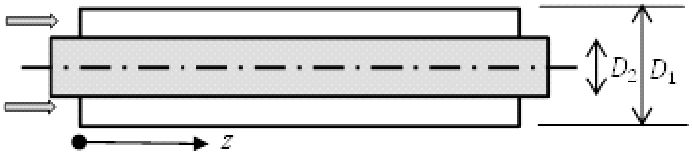
inoltre $\dfrac{F_1}{\rho_1 \cdot v_1^2 \cdot (10 \cdot L_2)^2} = \dfrac{F_2}{\rho_2 \cdot v_2^2 \cdot L_2^2}$ da cui $F_1 := \dfrac{100 \cdot F_2 \cdot v_1^2 \cdot \rho_1}{v_2^2 \cdot \rho_2} = 3.311 \cdot kN$

$MJ := 10^6 \cdot J$

$E_D = P_D \cdot t = (F_D \cdot v) \cdot \left(\dfrac{L}{v}\right)$ $L := 50km$ $E_D := F_1 \cdot L = 165.573 \cdot MJ$

Problema 2. Una portata $\dot{m}$ di acqua a temperatura T_0 viene inviata in un tubo di diametro interno D_1 e lunghezza L. Nel tubo c'è un cilindro, coassiale al tubo, di diametro esterno D_2, conducibilità k, e sede di una generazione di calore volumetrica G. Allo stato stazionario, trascurando la dipendenza dei parametri fisici dalla temperatura e il calore dissipato verso l'esterno della tubazione, e assumendo che il trasporto di calore per convezione sia istantaneo:

1. Determinare l'evoluzione della temperatura dell'acqua lungo il tubo e calcolare la temperatura dell'acqua all'uscita;



2. Determinare il profilo radiale di temperatura nel cilindro sede della generazione di calore per una posizione assiale assegnata (per un valore noto di z), e calcolare la temperatura all'asse del cilindro all'uscita dal tubo (per $z = L$).

Dati. $\dot{m} = 6.4$ kg/s, $T_0 = 30°C$, $D_1 = 10$ cm, $L = 2$ m, $D_2 = 5$ cm, $k = 50$ W/(m·K), $G = 3 \cdot 10^3$ kW/m³.

$mp := 6.4 \cdot \dfrac{kg}{s}$ $T_0 := 30\,°C$ $D_1 := 10 \cdot cm$ $L := 2 \cdot m$ $D_2 := 5 \cdot cm$ $G := 3 \cdot 10^4 \cdot \dfrac{kW}{m^3}$

$k := 50 \cdot \dfrac{W}{m \cdot K}$

$A := \dfrac{\pi}{4} \cdot \left(D_1^2 - D_2^2\right) = 5.89 \times 10^{-3} m^2$ $v := \dfrac{mp}{\rho_w(T_0) \cdot A} = 1.091 \dfrac{m}{s}$

$\rho \cdot C_P \cdot v \cdot \left(\dfrac{d}{dz} T\right) = G$ $T_w(z) := T_0 + \dfrac{G}{\rho_w(T_0) \cdot C_{P.w}(T_0) \cdot v} \cdot z$ $T_w(L) = 43.221 \cdot °C$

$\dfrac{1}{r} \cdot \dfrac{d}{dr}(r \cdot q_r) = G$ $r \cdot q_r(r) = \dfrac{G \cdot r^2}{2} + C_1$ $q_r(r = 0) = 0$ $C_1 = 0$ $q_r(r) = \dfrac{G \cdot r}{2}$

$-k \dfrac{d}{dr} T = \dfrac{G \cdot r}{2}$ $dT = -\dfrac{G}{2 \cdot k} \cdot r \cdot dr$ $T_c(r) = -\dfrac{G}{4 \cdot k} \cdot r^2 + C_2$

$T_c(r = R) = T_w(z)$ $C_2(z) = T_w(z) + \dfrac{G}{4 \cdot k} \cdot R^2$

$T_c(r, z) := \dfrac{G}{4 \cdot k} \cdot \left[\left(\dfrac{D_2}{2}\right)^2 - r^2\right] + T_w(z)$ $T_c(0, L) = 136.971 \cdot °C$