

Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2011-2012

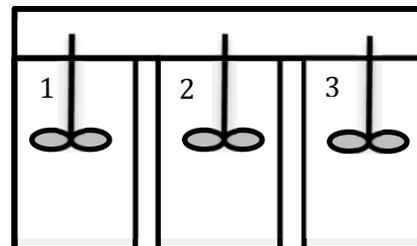
Cognome	Nome	Matricola	Firma

Problema 1. Nel processo di *prilling*, piccole gocce sferiche di sostanze fuse vengono solidificate mediante il raffreddamento dovuto alla loro caduta in aria fredda. Le apparecchiature per il prilling sono note come torri di prilling. Una sfera di diametro D , con una densità ρ_S e alla sua temperatura di fusione T_S , cade in una torre di prilling in aria alla temperatura T_A , viaggiando alla sua velocità terminale, v_∞ .

1. Calcolare il diametro della goccia,
2. Calcolare il coefficiente di trasporto di calore tra l'aria e la goccia e la portata di calore che lascia la goccia per convezione forzata,
3. Se la goccia è inizialmente completamente fusa, e la entalpia di fusione è ΔH_{melt} , proporre un modello per calcolare il titolo di sostanza solida in funzione del tempo e calcolare dopo quanto tempo la solidificazione è completa.

Dati. $v_\infty = 4.2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $\rho_S = 1100 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $T_S = 80^\circ\text{C}$, $T_A = 20^\circ\text{C}$, $\Delta H_{melt} = 100 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-3}$.

Problema 2. Un serbatoio è diviso in tre comparti da due setti porosi. I tre comparti hanno volumi V_1 , V_2 e V_3 , e sono tutti pieni di soluzioni acquose ben agitate. I due setti porosi sono entrambi di spessore s_p e l'area immersa (e quindi disponibile allo scambio) è S . Inizialmente nei comparti 1 e 3 c'è una soluzione acquosa di un composto chimico A, a concentrazione nota C_{A0} , mentre nello scomparto 2 c'è acqua pura. Il composto A è capace di diffondere nei setti porosi con una diffusività D . Tra la concentrazione di A nel liquido e la



concentrazione di A nel setto poroso (nel solido), sussiste la relazione di equilibrio $C_A^{sol} = K C_A^{liq}$. Per effetto dell'agitazione, in tutti i comparti il coefficiente di scambio di materia per convezione è k_C .

1. Calcolare il coefficiente globale di scambio di materia, K_C ;
2. Calcolare il valore iniziale della portata di materia complessiva che arriva al comparto 2 dai comparti 1 e 3;
3. Proporre un modello per descrivere l'evoluzione della concentrazione nei tre comparti nel tempo.

Dopo un tempo t^* , quale sarà la differenza di concentrazione tra il comparto 1 e il comparto 2?

Suggerimento: osservare che i comparti 1 e 3 sono uguali (ugual volume e uguale concentrazione di A).

Dati. $V_1 = V_3 = 2 \text{ m}^3$, $V_2 = 1.5 \text{ m}^3$, $s_p = 10 \text{ cm}$, $S = 2 \text{ m}^2$, $C_{A0} = 3.4 \text{ moli/L}$, $D = 10^{-4} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$, $K = 3$,

$k_C = 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $t^* = 10 \text{ min}$.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.



Problema 1. Nel processo di *prilling*, piccole gocce sferiche di sostanze fuse vengono solidificate mediante il raffreddamento dovuto alla loro caduta in aria fredda. Le apparecchiature per il prilling sono note come torri di prilling. Una sfera di diametro D , con una densità ρ_S e alla sua temperatura di fusione T_S , cade in una torre di prilling in aria alla temperatura T_A , viaggiando alla sua velocità terminale, v_{∞} .

1. Calcolare il diametro della goccia,
2. Calcolare il coefficiente di trasporto di calore tra l'aria e la goccia e la portata di calore che lascia la goccia per convezione forzata,
3. Se la goccia è inizialmente completamente fusa, e la entalpia di fusione è ΔH_{melt} , proporre un modello per calcolare il titolo di sostanza solida in funzione del tempo e calcolare dopo quanto tempo la solidificazione è completa.

Dati $v_{\infty} = 4.2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $\rho_S = 1100 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $T_S = 80^\circ\text{C}$, $T_A = 20^\circ\text{C}$, $\Delta H_{melt} = 100 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.

$$v_{\text{inf}} := 4.2 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \rho_S := 1100 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad T_S := 80^\circ\text{C} \quad T_A := 20^\circ\text{C} \quad \Delta H_{\text{melt}} := 100 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad T_f := \frac{T_S + T_A}{2} = 50^\circ\text{C}$$

$$f(N_{\text{Re}}) := \text{if} \left[N_{\text{Re}} < 0.1, \frac{24}{N_{\text{Re}}}, \text{if} \left[N_{\text{Re}} < 6000, \left(\sqrt{\frac{24}{N_{\text{Re}}}} + 0.5407 \right)^2, \text{if} \left(N_{\text{Re}} < 10^5, 0.44, 0.2 \right) \right] \right]$$

$$C_w := \frac{4}{3} \cdot \frac{g \cdot \mu_A(T_f)}{\rho_A(T_f) \cdot v_{\text{inf}}^3} \cdot \left(\frac{\rho_S - \rho_A(T_f)}{\rho_A(T_f)} \right) = 3.139 \times 10^{-3}$$

$$f_1(N_{\text{Re}}) := C \cdot N_{\text{Re}} \quad x := -2, -1.99 \dots 6$$

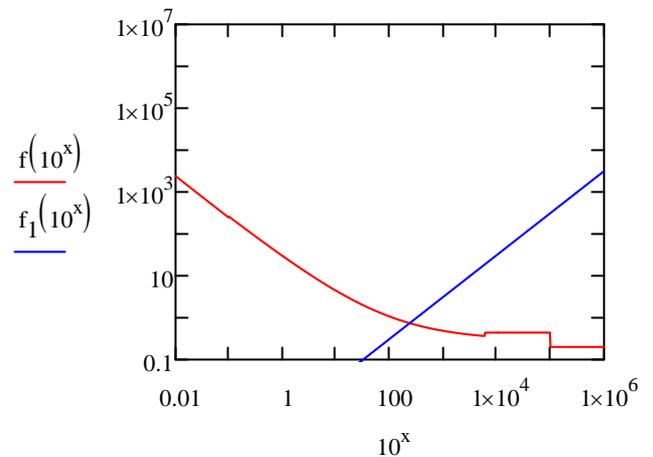
$$N_{\text{Re}} := 100 \quad \text{Given} \quad f_1(N_{\text{Re}}) = f(N_{\text{Re}})$$

$$N_{\text{Re}} := \text{Minerr}(N_{\text{Re}}) = 235.572$$

$$f(N_{\text{Re}}) = 0.739$$

$$D := \frac{N_{\text{Re}} \cdot \mu_A(T_f)}{v_{\text{inf}} \cdot \rho_A(T_f)} = 0.998 \cdot \text{mm}$$

$$D := 1 \cdot \text{mm}$$



Correlazione 13.3-1 p. 417 vecchia edizione $N_{\text{Nu}} := 2 + 0.6 \cdot N_{\text{Re}}^{0.5} \cdot N_{\text{Pr,A}}(T_f)^{0.33} = 10.222$

$$h := \frac{k_A(T_f) \cdot N_{\text{Nu}}}{D} = 283.674 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$q := h \cdot (T_S - T_A) = 1.702 \times 10^4 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$Q := \pi \cdot D^2 \cdot q = 0.053 \text{ W}$$

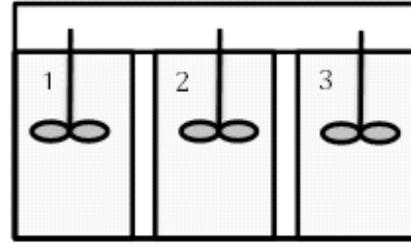
$x \cdot S$ = titolo del solido (frazione di sostanza solida)

$$\frac{d}{dt} (x_S(t) \cdot m_{\text{tot}} \cdot \Delta H_{\text{melt}}) = m_{\text{tot}} \cdot \Delta H_{\text{melt}} \cdot \left(\frac{d}{dt} x_S(t) \right) = -Q = -\pi \cdot D^2 \cdot h \cdot (T_S - T_A) \quad x_S(t=0) = 0$$

$$\text{mass} := \frac{\pi \cdot D^3}{6} \cdot \rho_S = 5.76 \times 10^{-7} \text{ kg}$$

$$\frac{\text{mass} \cdot \Delta H_{\text{melt}}}{Q} = 1.077 \text{ s}$$

Problema 2. Un serbatoio è diviso in tre comparti da due setti porosi. I tre comparti hanno volumi V_1, V_2 e V_3 , e sono tutti pieni di soluzioni acquose ben agitate. I due setti porosi sono entrambi di spessore s_p e l'area immersa (e quindi disponibile allo scambio) è S . Inizialmente nei comparti 1 e 3 c'è una soluzione acquosa di un composto chimico A, a concentrazione nota C_{A0} , mentre nello scomparto 2 c'è acqua pura. Il composto A è capace di diffondere nei setti porosi con una diffusività D . Tra la concentrazione di A nel liquido e la concentrazione di A nel setto poroso (nel solido), sussiste la relazione di equilibrio $C_A^{sol} = K C_A^{liq}$. Per effetto dell'agitazione, in tutti i comparti il coefficiente di scambio di materia per convezione è k_c .



1. Calcolare il coefficiente globale di scambio di materia, K_C ;
2. Calcolare il valore iniziale della portata di materia complessiva che arriva al comparto 2 dai comparti 1 e 3;
3. Proporre un modello per descrivere l'evoluzione della concentrazione nei tre comparti nel tempo. Dopo un tempo t^* , quale sarà la differenza di concentrazione tra il comparto 1 e il comparto 2?

Suggerimento: osservare che i comparti 1 e 3 sono uguali (ugual volume e uguale concentrazione di A).

Dati. $V_1 = V_3 = 2 \text{ m}^3$, $V_2 = 1.5 \text{ m}^3$, $s_p = 10 \text{ cm}$, $S = 2 \text{ m}^2$, $C_{A0} = 3.4 \text{ mol/L}$, $D = 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $K = 3$, $k_c = 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $t^* = 10 \text{ min}$.

$$V_1 := 2 \cdot \text{m}^3 \quad V_2 := 1.5 \cdot \text{m}^3 \quad s_p := 10 \cdot \text{cm} \quad S := 2 \cdot \text{m}^2 \quad C_{A0} := 3.4 \cdot \frac{\text{mol}}{\text{L}} \quad D := 10^{-4} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad K_P := 3 \quad k_c := 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad t^* := 10 \cdot \text{min}$$

$$\frac{1}{K_C \cdot \Delta C_{\text{liq}}} = \frac{1}{k_c \cdot \Delta C_{\text{liq}}} + \frac{1}{\frac{D}{s_p} \cdot \Delta C_{\text{sol}}} + \frac{1}{k_c \cdot \Delta C_{\text{liq}}} = \frac{1}{k_c \cdot \Delta C_{\text{liq}}} + \frac{1}{\frac{D}{s_p} \cdot (K_P \cdot \Delta C_{\text{liq}})} + \frac{1}{k_c \cdot \Delta C_{\text{liq}}}$$

$$K_C := \left(\frac{1}{k_c} + \frac{1}{K_P \cdot \frac{D}{s_p}} + \frac{1}{k_c} \right)^{-1} = 1.875 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$N_{A0.12} := K_C \cdot (C_{A0} - 0) = 6.375 \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \quad N_{A0.32} := N_{A0.12}$$

$$W_{A0} := S \cdot (N_{A0.12} + N_{A0.32}) = 25.5 \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

Bilancio di materia sul comparto 1 (e sul comparto 3)

$$V_1 \cdot \frac{d}{dt} C_{A1}(t) = -S \cdot K_C \cdot (C_{A1}(t) - C_{A2}(t)) \quad C_{A1}(0) = C_{A0} \quad \text{(A)}$$

Bilancio di materia sul comparto 2

$$V_2 \cdot \frac{d}{dt} C_{A2}(t) = 2 \cdot S \cdot K_C \cdot (C_{A1}(t) - C_{A2}(t)) \quad C_{A2}(0) = 0 \quad \text{(B)}$$

Sottraendo (B) da (A)

$$\frac{d}{dt} (C_{A1}(t) - C_{A2}(t)) = -S \cdot K_C \cdot \left(\frac{1}{V_1} + \frac{2}{V_2} \right) \cdot (C_{A1}(t) - C_{A2}(t))$$

$$\text{ponendo} \quad \tau := \left[S \cdot K_C \cdot \left(\frac{1}{V_1} + \frac{2}{V_2} \right) \right]^{-1} = 145.455 \text{ s} \quad \text{e} \quad \delta_A(t) = (C_{A1}(t) - C_{A2}(t))$$

$$\text{si ha} \quad \frac{d}{dt} \delta_A(t) = -\frac{1}{\tau} \cdot \delta_A(t) \quad \delta_A(0) = (C_{A1}(0) - C_{A2}(0)) = \delta_{A0} = C_{A0} \quad \delta_{A0} := C_{A0}$$

$$\text{integrando} \quad \delta_A(t) := \delta_{A0} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \text{e in particolare} \quad \delta_A(t^*) = 0.055 \cdot \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$C_{A1}(t) := C_{A0} - \frac{S \cdot K_C}{V_1} \cdot \left[-\tau \cdot \delta_{A0} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right) \right] \quad C_{A2}(t) := \frac{2 \cdot S \cdot K_C}{V_2} \cdot \left[-\tau \cdot \delta_{A0} \cdot \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right) \right]$$

$t := 0 \cdot s, 1 \cdot s \dots 3600 \cdot s$

