

Principi di Ingegneria Chimica  
Anno Accademico 2011-2012

Cognome	Nome	Matricola	Firma

**Problema 1.** Una soluzione acquosa di un composto chimico A, di portata  $\dot{w}$  e a concentrazione  $C_A^{IN}$ , viene inviata in un tubo di diametro interno  $D_i$  e diametro esterno  $D_e$ , la cui parete è di un materiale polimerico permeabile al composto A. Il tubo, per una lunghezza  $L$ , è immerso in una vasca colma d'acqua pura, agitata e termostata a temperatura  $T$ . All'uscita del tubo la soluzione acquosa risulta impoverita nel componente A, essendo a concentrazione  $C_A^{OUT}$ . Calcolare:

1. Il coefficiente globale di scambio di materia dall'interno della tubazione verso la soluzione contenuta nella vasca (riferito al raggio interno), sapendo che la diffusività del composto A nell'acqua è  $D_{AW}$  e che la concentrazione del composto A nella vasca si possa ritenere costante e nulla;
2. Il coefficiente di diffusione del composto chimico attraverso il polimero, ipotizzando che tra la concentrazione del composto A in acqua e quella nel polimero valga la relazione di equilibrio:

$$C_A^{POL} = K_{eq} C_A^{acqua}.$$

Nell'ipotesi che la vasca sia di volume  $V$ , agitata con un agitatore a pale di diametro  $D$  ruotante a velocità angolare  $N$ ,

3. Proporre un modello per il calcolo della variazione della concentrazione di A in acqua nella vasca.

**Dati.**  $\dot{w} = 1$  kg/s,  $C_A^{IN} = 2$  kg/m<sup>3</sup>,  $D_i = 2$  cm,  $D_e = 2.5$  cm,  $L = 10$  m,  $C_A^{OUT} = 0.8$  kg/m<sup>3</sup>,  $D_{AW} = 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s,  $K_{eq} = 4$ ,  $T = 25^\circ\text{C}$ .

**Problema 2.** Un sensore atmosferico viene trainato da un aereo e viaggia in orizzontale ad una velocità  $v$ , ad una quota  $H$  sul livello del mare. La potenza che l'aereo spende per trainare il sensore è  $P_D$ . Il sensore ha una forma sferica di diametro  $D$ . La pressione a livello del mare è  $P_0$ , la temperatura dell'aria al livello del mare è  $T_0$ , e la temperatura stessa è funzione della quota  $z$  secondo una legge lineare. Calcolare:

1. La pressione e la densità dell'aria alla quota  $H$ ,
2. La velocità dell'aereo e del sensore,

L'elettronica contenuta nel sensore produce una generazione volumetrica di calore  $G$ , calore che viene dissipato per convezione forzata.

3. Calcolare la temperatura superficiale del sensore.

**Dati.**  $H = 5$  km,  $D = 50$  cm,  $P_D = 25$  kW,  $P_0 = 1$  atm,  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ ,  $(\partial T / \partial z) = -5^\circ\text{C}/\text{km}$ ,  $G = 30$  kW/m<sup>3</sup>.

---

**Istruzioni:** compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

**Prova scritta - 13 aprile 2012**



**Problema 1.** Una soluzione acquosa di un composto chimico A, di portata  $\dot{w}$  e a concentrazione  $C_A^{IN}$ , viene inviata in un tubo di diametro interno  $D_i$  e diametro esterno  $D_e$ , la cui parete è di un materiale polimerico permeabile al composto A. Il tubo, per una lunghezza  $L$ , è immerso in una vasca colma d'acqua pura, agitata e termostata a temperatura  $T$ . All'uscita del tubo la soluzione acquosa risulta impoverita nel componente A, essendo a concentrazione  $C_A^{OUT}$ . Calcolare:

1. Il coefficiente globale di scambio di materia dall'interno della tubazione verso la soluzione contenuta nella vasca, sapendo che la diffusività del composto A nell'acqua è  $D_{AW}$  e che la concentrazione del composto A nella vasca si possa ritenere costante e nulla;
2. Il coefficiente di diffusione del composto chimico attraverso il polimero, ipotizzando che tra la concentrazione del composto A in acqua e quella nel polimero valga la relazione di equilibrio:  
 $C_A^{POL} = K_{eq} C_A^{acqua}$ .

Nell'ipotesi che la vasca sia di volume  $V$ , agitata con un agitatore a pale di diametro  $D$  ruotante a velocità angolare  $N$ ,

3. Proporre un modello per il calcolo della variazione della concentrazione di A in acqua nella vasca.

**Dati**  $\dot{w} = 1 \text{ kg/s}$ ,  $C_A^{IN} = 2 \text{ kg/m}^3$ ,  $D_i = 2 \text{ cm}$ ,  $D_e = 2.5 \text{ cm}$ ,  $L = 10 \text{ m}$ ,  $C_A^{OUT} = 0.8 \text{ kg/m}^3$ ,  $D_{AW} = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $K_{eq} = 4$ ,  $T = 25^\circ\text{C}$ .

$$D_i := 2.0 \cdot \text{cm} \quad D_e := 2.5 \cdot \text{cm} \quad \dot{w}_r := 1 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad C_{A.IN} := 2 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad C_{A.OUT} := 0.8 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad K_{eq} := 4 \quad T := 25^\circ\text{C}$$

$$L_t := 10 \cdot \text{m}$$

$$W_A := \frac{\dot{w}_r}{\rho_w(T)} \cdot (C_{A.IN} - C_{A.OUT}) = 1.203 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad C_{A.av} := \frac{C_{A.IN} - C_{A.OUT}}{\ln\left(\frac{C_{A.IN}}{C_{A.OUT}}\right)} = 1.31 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$R_i := \frac{D_i}{2} \quad R_e := \frac{D_e}{2} \quad D_{AW} := 10^{-5} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad K_{ci} := \frac{W_A}{\pi \cdot D_i \cdot L_t \cdot C_{A.av}} = 1.462 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$N_{Re} := \frac{4 \cdot \dot{w}_r}{\pi \cdot D_i \cdot \mu_w(T)} \quad N_{Re} = 6.989 \times 10^4 \quad N_{Sc} := \frac{\nu_w(T)}{D_{AW}} = 0.091 \quad v := \frac{\dot{w}_r}{\rho_w(T)} \cdot \frac{4}{\pi \cdot D_i^2} = 3.192 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$N_{Sh} := 0.026 \cdot N_{Re}^{0.8} \cdot N_{Sc}^{0.33} = 88.611 \quad k_c := N_{Sh} \cdot \frac{D_{AW}}{D_i} = 0.044 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{1}{R_i \cdot K_c \cdot \Delta C_{acqua}} = \frac{1}{R_i \cdot k_c \cdot \Delta C_{acqua}} + \frac{1}{D_{AP} \cdot \Delta C_{POL}} \cdot \ln\left(\frac{R_e}{R_i}\right) \quad \Delta C_{POL} = K_{eq} \cdot \Delta C_{acqua}$$

$$D_{AP} = \frac{\ln\left(\frac{R_e}{R_i}\right)}{\Delta C_{POL} \cdot \left(\frac{1}{K_c \cdot R_i \cdot \Delta C_{acqua}} - \frac{1}{R_i \cdot k_c \cdot \Delta C_{acqua}}\right)} \quad D_{AP} := \frac{\ln\left(\frac{R_e}{R_i}\right)}{K_{eq} \cdot \left(\frac{1}{K_{ci} \cdot R_i} - \frac{1}{R_i \cdot k_c}\right)} = 8.436 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Se il volume della vasca è finito ed agitato, allora

$$N_{Re.esterno} = \frac{N^2 \cdot D \cdot \rho}{\mu} \quad N_{Sh.esterno} = a \cdot N_{Re.esterno}^b \cdot N_{Sc.esterno}^c$$

$$k_{c.esterno} = N_{Sh} \cdot \frac{D_{AW}}{D} \quad \frac{1}{R_i \cdot K_{c.esterno}} = \frac{1}{R_i \cdot k_c} + \frac{1}{D_{AP} \cdot K_{eq}} \cdot \ln\left(\frac{R_e}{R_i}\right) + \frac{1}{R_e \cdot k_{c.esterno}}$$

Bilancio del componente A nella vasca

$$V \cdot \left(\frac{d}{dt} C_{A.esterno}(t)\right) = K_{c.esterno} \cdot \pi \cdot D_i \cdot L_t \cdot (C_{A.interno}(t) - C_{A.interno}) \quad C_{A.esterno}(t=0) = C_{A.esterno0} = 0 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

**Problema 2.** Un sensore atmosferico viene trainato da un aereo e viaggia in orizzontale ad una velocità  $v$ , ad una quota  $H$  sul livello del mare. La potenza che l'aereo spende per trainare il sensore è  $P_D$ . Il sensore ha una forma sferica di diametro  $D$ . La pressione a livello del mare è  $P_0$ , la temperatura dell'aria al livello del mare è  $T_0$ , e la temperatura stessa è funzione della quota  $z$  secondo una legge lineare. Calcolare:

1. La pressione e la densità dell'aria alla quota  $H$ ,
2. La velocità dell'aereo e del sensore,

L'elettronica contenuta nel sensore produce una generazione volumetrica di calore  $G$ , calore che viene dissipato per convezione forzata.

3. Calcolare la temperatura superficiale del sensore.

**Dati**  $H = 5 \text{ km}$ ,  $D = 50 \text{ cm}$ ,  $P_D = 25 \text{ kW}$ ,  $P_0 = 1 \text{ atm}$ ,  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ ,  $(\partial T / \partial z) = -5^\circ\text{C}/\text{km}$ ,  $G = 30 \text{ kW}/\text{m}^3$ .

$$\underline{H} := 5 \cdot \text{km} \quad D := 50 \cdot \text{cm} \quad P_D := 25 \cdot \text{kW} \quad P_0 := 1 \cdot \text{atm} \quad T_0 := 25^\circ\text{C} \quad dTdz := \frac{-5 \cdot \text{K}}{\text{km}} \quad \underline{G} := 30 \cdot \frac{\text{kW}}{\text{m}^3}$$

$$\text{MM} := 0.029 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \quad R := 8.314 \cdot \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \quad g = 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad T(z) := T_0 + dTdz \cdot z$$

$$dP = -g \cdot \rho \cdot dz \quad P \cdot V = \frac{m}{\text{MM}} \cdot R \cdot T \quad P \cdot \text{MM} = \rho \cdot R \cdot T \quad \rho = \frac{P \cdot \text{MM}}{R \cdot T}$$

$$dP = -g \cdot \frac{P \cdot \text{MM}}{R \cdot T} \cdot dz \quad \frac{dP}{P} = -\frac{g \cdot \text{MM}}{R} \cdot \frac{dz}{T_0 + dTdz \cdot z} \quad \int_{P_0}^{P(z)} \frac{1}{P} dP = -\frac{g \cdot \text{MM}}{R} \cdot \int_0^z \frac{1}{T_0 + dTdz \cdot z} dz$$

$$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = \frac{g \cdot \text{MM}}{R \cdot dTdz} \cdot \ln\left(\frac{T_0 + dTdz \cdot z}{T_0}\right) \quad P(z) := P_0 \cdot \exp\left(-\frac{g \cdot \text{MM}}{R \cdot dTdz} \cdot \ln\left(\frac{T_0 + dTdz \cdot z}{T_0}\right)\right) \quad \rho(z) := \frac{P(z) \cdot \text{MM}}{R \cdot T(z)}$$

$$T(H) = 0^\circ\text{C} \quad P(H) = 0.549 \cdot \text{atm} \quad \rho(0 \cdot \text{m}) = 1.185 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \rho(H) = 0.711 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \mu_A(T(H)) = 1.718 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

$$f_{\text{sph}} := 0.2 \quad v := 10 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Given} \quad P_D = f_{\text{sph}} \cdot \frac{\rho(H) \cdot v^2}{2} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot v \quad v := \text{Minerr}(v) = 121.451 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \frac{v \cdot D \cdot \rho(H)}{\mu_A(T(H))} = 2.512 \times 10^6$$

$$v = 121.451 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 437.225 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

$$N_{\text{Re}} := \frac{v \cdot D \cdot \rho(H)}{\mu_A(T(H))} = 2.512 \times 10^6 \quad N_{\text{Pr}} := N_{\text{Pr},A}(T(H)) = 0.716 \quad N_{\text{Nu}} := 2 + 0.6 \cdot N_{\text{Re}}^{0.5} \cdot N_{\text{Pr}}^{0.33} = 853.909$$

$$k_A(T(H)) = 0.024 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$h := N_{\text{Nu}} \cdot \frac{k_A(T(H))}{D} = 41.115 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$T_s := 300 \cdot \text{K} \quad \text{Given} \quad G \cdot \frac{\pi \cdot D^3}{6} = \pi \cdot D^2 \cdot h \cdot (T_s - T(H)) \quad T_s := \text{Minerr}(T_s) = 60.804^\circ\text{C}$$

$$T_s = 333.954 \text{ K}$$

$$T_s = 60.804^\circ\text{C}$$