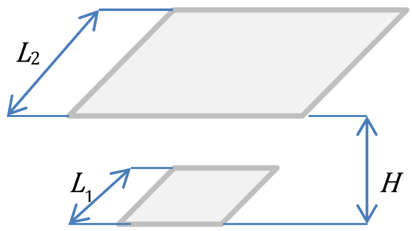
Cognome	Nome	Matricola	Firma

Problema 1. Un corpo a forma di parallelepipedo a base quadrata, di lato L_1, spessore s_1, densità ρ, calore specifico C_P e emissività ε_1, è esposto all'irraggiamento da parte di una lampada a infrarossi, anch'essa a forma di parallelepipedo di base quadrata di lato L_2 e emissività ε_2. I due parallelepipedi sono disposti come mostrato in figura, affacciati ad una distanza H. In queste condizioni il fattore di vista tra i due oggetti NON è unitario ($F_{21} \neq 1$). La lampada è mantenuta alla temperatura T_2, tutto il sistema è contenuto in una cavità piena d'aria a temperatura T_a. I fenomeni di irraggiamento tra il corpo, l'aria e le pareti della cavità sono trascurabili. La temperatura del corpo, inizialmente pari a T_0, viene monitorata durante il riscaldamento: si osserva, per tempi brevi, una crescita lineare della temperatura col tempo, $T(t) = T_0 + at$; per tempi sufficientemente lunghi invece il corpo raggiunge una temperatura costante e pari a T_s.



Calcolare:

1. Il valore iniziale del flusso di calore per irraggiamento dalla lampada (corpo 2) al corpo 1;
2. Il valore del fattore di vista F_{21};
3. Il valore del coefficiente di scambio termico per convezione (immaginando che sia costante e pari al valore di stato stazionario).

Proporre infine un modello completo del riscaldamento del corpo 1.

Dati. $L_1 = 5$ cm, $s_1 = 2$ mm, $\rho = 5000$ kg/m^3, $C_P = 3$ kJ/kg·K, $\varepsilon_1 = 0.98$, $L_2 = 60$ cm, $\varepsilon_2 = 0.6$, $H = 50$ cm, $T_2 = 1200$ K, $T_a = 30$°C, $T_0 = 20$°C, $a = 5 \cdot 10^{-3}$ K/s, $T_s = 120$°C.

Problema 2. Un serbatoio aperto all'atmosfera contiene acqua ed è in collegamento con un secondo serbatoio, posto ad una quota inferiore, chiuso ed inizialmente pieno d'aria a pressione atmosferica. Il secondo serbatoio è cilindrico, di diametro D ed altezza totale H. I due serbatoi sono in collegamento mediante un tubo liscio, di diametro interno d, di lunghezza totale L e recante una valvola a saracinesca (di coefficiente di perdita localizzata e_v), inizialmente chiusa. All'istante zero la valvola viene aperta e pertanto l'acqua comincia a fluire dal serbatoio 1 al serbatoio 2, fino ad una situazione per cui il fluido nei due serbatoi è in equilibrio e non si assiste più a movimento di liquido. Durante tutto il processo la differenza di quota tra i due peli liberi si può ritenere costante e pari al valore Δh, e il sistema è isotermo alla temperatura T. Calcolare:

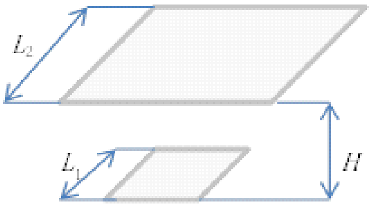
1. La pressione della fase aeriforme nel serbatoio 2 quando si ferma il moto del liquido;
2. Il livello raggiunto dal liquido nel serbatoio 2;

Proporre poi un modello per il calcolo dell'evoluzione del livello del liquido nel serbatoio 2 nel tempo, e descrivere la strategia di risoluzione del modello (soluzione analitica o soluzione numerica, metodi di risoluzione adottabili).

Dati. $D = 2$ m, $H = 3$ m, $d = 10$ cm, $L = 15$ m, $e_v = 0.8$, $\Delta h = 5$ m, $T = 25$°C.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Un corpo a forma di parallelepipedo a base quadrata, di lato L_1, spessore s_1, densità ρ, calore specifico C_P e emissività ε_1, è esposto all'irraggiamento da parte di una lampada a infrarossi, anch'essa a forma di parallelepipedo di base quadrata di lato L_2 e emissività ε_2. I due parallelepipedi sono disposti come mostrato in figura, affacciati ad una distanza H. In queste condizioni il fattore di vista tra i due oggetti NON è unitario ($F_{21} \neq 1$). La lampada è mantenuta alla temperatura T_2, tutto il sistema è contenuto in una cavità piena d'aria a temperatura T_a. I fenomeni di irraggiamento tra il corpo, l'aria e le pareti della cavità sono trascurabili. La temperatura del corpo, inizialmente pari a T_0, viene monitorata durante il riscaldamento: si osserva, per tempi brevi, una crescita lineare della temperatura col tempo, $T(t) = T_0 + at$; per tempi sufficientemente lunghi invece il corpo raggiunge una temperatura costante e pari a T_s.



Calcolare:

1. Il valore iniziale del flusso di calore per irraggiamento dalla lampada (corpo 2) al corpo 1;
2. Il valore del fattore di vista F_{21};
3. Il valore del coefficiente di scambio termico per convezione (immaginando che sia costante e pari al valore di stato stazionario).

Proporre infine un modello completo del riscaldamento del corpo 1.

Dati L_1 = 5 cm, s_1 = 2 mm, ρ = 5000 kg/m³, C_P = 3 kJ/kg·K, ε_1 = 0.98, L_2 = 60 cm, ε_2 = 0.6, H = 50 cm, T_2 = 1200 K, T_a = 30°C, T_0 = 20°C, $a = 5\cdot10^{-3}$ K/s, T_s = 120°C.

$L_1 := 5cm \quad s_1 := 2\cdot mm \quad \rho := 5000\cdot\frac{kg}{m^3} \quad C_P := 3\cdot\frac{kJ}{kg\cdot K} \quad \varepsilon_1 := 0.98 \quad L_2 := 60\cdot cm \quad \varepsilon_2 := 0.6 \quad H := 50\cdot cm$

$T_2 := 1200\cdot K \quad T_a := 30\,°C \quad T_0 := 20\,°C \quad a := 5\cdot 10^{-3}\cdot\frac{K}{s} \quad T_s := 120\,°C$

Bilancio di energia (a parametri concentrati) $\quad \rho\cdot C_P\cdot L_1^{\,2}\cdot s_1\cdot\left(\frac{d}{dt}T\right) = q_{irr}\cdot L_1^{\,2} + h\cdot(T_a - T)\cdot L_1^{\,2}$

Per tempi brevi (trascurando la convezione) $\quad \frac{d}{dt}T = a = \frac{q_{irr}}{\rho\cdot C_P\cdot s_1}$ da cui $\quad q_{irr} := \rho\cdot C_P\cdot s_1\cdot a = 150\cdot\frac{W}{m^2}$

essendo $\quad q_{irr} = \sigma\cdot F_{21}\cdot\varepsilon_1\cdot\left(\varepsilon_2\cdot T_2^{\,4} - T_0^{\,4}\right)$ si ha $\quad F_{21} := \frac{q_{irr}}{\left[\sigma\cdot\varepsilon_1\cdot\left(\varepsilon_2\cdot T_2^{\,4} - T_0^{\,4}\right)\right]} = 2.183\times 10^{-3}$

Per tempi lunghi (allo stato stazionario)

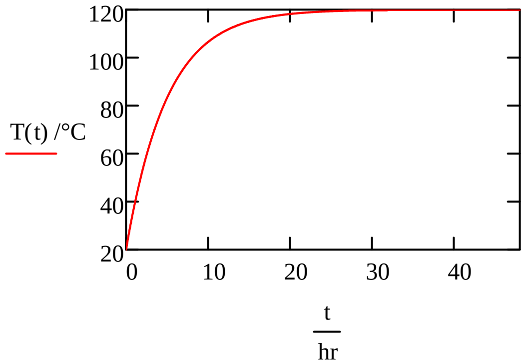
$\sigma\cdot F_{21}\cdot\varepsilon_1\cdot\left(\varepsilon_2\cdot T_2^{\,4} - T_s^{\,4}\right) = h\cdot(T_s - T_a)$ da cui $\quad h := \frac{\sigma\cdot F_{21}\cdot\varepsilon_1\cdot\left(\varepsilon_2\cdot T_2^{\,4} - T_s^{\,4}\right)}{(T_s - T_a)} = 1.644\cdot\frac{W}{m^2\cdot K}$

Il modello completo è costituito dal bilancio di energia, nella forma seguente, che va risolta numericamente $\quad t_{fin} := 48\cdot 3600\cdot s \quad$ Given

$\rho\cdot C_P\cdot L_1^{\,2}\cdot s_1\cdot\left(\frac{K}{s}\right)\cdot\left(\frac{d}{dt}\tau(t)\right) = \sigma\cdot F_{21}\cdot\varepsilon_1\cdot\left[\varepsilon_2\cdot T_2^{\,4} - (\tau(t)\cdot K)^4\right]\cdot L_1^{\,2} + h\cdot(T_a - \tau(t)\cdot K)\cdot L_1^{\,2} \quad \tau(0) = \frac{T_0}{K}$

$\tau := \mathrm{Odesolve}\left(t, \frac{t_{fin}}{s}\right) \quad T(t) := \tau\left(\frac{t}{s}\right)\cdot K \quad t := 0\cdot s, 60\cdot s\,..\,t_{fin}$

$t_0 := 1\cdot s \quad \frac{d}{dt_0}T(t_0) = 5.533\times 10^{-3}\frac{K}{s}$



Il valore iniziale di dT/dt è circa uguale ad a, quindi l'approssimazione di trascurare la convezione è consentita

Problema 2. Un serbatoio aperto all'atmosfera contiene acqua ed è in collegamento con un secondo serbatoio, posto ad una quota inferiore, chiuso ed inizialmente pieno d'aria a pressione atmosferica. Il secondo serbatoio è cilindrico, di diametro *D* ed altezza totale *H*. I due serbatoi sono in collegamento mediante un tubo liscio, di diametro interno *d*, di lunghezza totale *L* e recante una valvola a saracinesca (di coefficiente di perdita localizzata e_v), inizialmente chiusa. All'istante zero la valvola viene aperta e pertanto l'acqua comincia a fluire dal serbatoio 1 al serbatoio 2, fino ad una situazione per cui il fluido nei due serbatoi è in equilibrio e non si assiste più a movimento di liquido. Durante tutto il processo la differenza di quota tra i due peli liberi si può ritenere costante e pari al valore Δh, e il sistema è isotermo alla temperatura *T*. Calcolare:

1. La pressione della fase aeriforme nel serbatoio 2 quando si ferma il moto del liquido;
2. Il livello raggiunto dal liquido nel serbatoio 2;

Proporre poi un modello per il calcolo dell'evoluzione del livello del liquido nel serbatoio 2 nel tempo, e descrivere la strategia di risoluzione del modello (soluzione analitica o soluzione numerica, metodi di risoluzione adottabili).

Dati. $D = 2$ m, $H = 3$ m, $d = 10$ cm, $L = 15$ m, $e_v = 0.8$, $\Delta h = 5$ m, $T = 25$°C.

$D := 2\cdot m \qquad H := 3\cdot m \qquad d := 10\cdot cm \qquad L := 15\cdot m \qquad e_v := 0.8 \qquad \Delta h := 5\cdot m \qquad T := 25\,°C$

$P_1 := 1\cdot atm \qquad P_{20} := 1\cdot atm$

Bilancio di energia meccanica tra i peli liberi

$$\frac{v_1^2}{2} + g\cdot h_1 + \frac{P_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + g\cdot h_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(\Sigma e_v + 4\frac{f\cdot L}{d}\right)$$

Semplificando le velocità dei peli liberi, quando si ferma il fluire si ha:

$$g\cdot\Delta h = \frac{P_{2ss} - P_1}{\rho}$$ da cui $$P_{2ss} := P_1 + \rho\cdot g\cdot\Delta h = 3.42\cdot atm$$

Detto h.ss il livello di liquido nel serbatoio 2, il volume di serbatoio che contiene aria sarà: $\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot\left(H - h_{ss}\right)$

Dato che, per un sistema chiuso isotermo contenente un gas ideale si ha: $P\cdot V = \text{costante}$

Ne deriva che

$$P_{20}\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot H = P_{2ss}\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot\left(H - h_{ss}\right)$$ ovvero $$h_{ss} := H\cdot\frac{P_{2ss} - P_{20}}{P_{2ss}} = 2.123\,m$$

$$ACC = IN$$

Bilancio di materia nel serbatoio 2 ODE

$$\rho\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot\left(\frac{d}{dt}h(t)\right) = \rho\cdot\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot v_t(t) \qquad h(0) = 0$$

Durante il fluire del liquido:

$$\frac{v_1^2}{2} + g\cdot h_1 + \frac{P_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + g\cdot h_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(\Sigma e_v + 4\frac{f\cdot L}{d}\right)$$

da cui (1)

$$v_t(t) = \sqrt{2\cdot\frac{g\cdot\Delta h + \frac{P_1 - P_2(t)}{\rho}}{\Sigma e_v + 4\frac{f\left(N_{Re}(t)\right)\cdot L}{d}}}$$ con $$\Sigma e_v = e_v + 0.45 + 1$$

sempre da PV = costante (2)

$$P_2(t) = P_{20}\cdot\frac{H}{H - h(t)}$$

Quindi l'ODE si può risolvere dopo aver calcolato v.t dalla (1) e P.2 dalla (2). La (1) va risolta per tentativi, è necessaria una soluzione numerica della ODE (p.e. col metodo di Eulero).