Cognome	Nome	Matricola	Firma

E-mail:

Problema 1. Una lastra quadrata di lato L e semi-spessore x_1, con conducibilità termica k, è sede di una generazione di calore volumetrica, G. La lastra è investita tangenzialmente da aria alla temperatura T_a e a velocità v_a. Per effetto dello scambio con l'aria e della generazione termica la temperatura superficiale della lastra allo stato stazionario è T_s. Calcolare:

1. Il coefficiente di scambio medio tra l'aria e la lastra, h_m;
2. Il termine di generazione volumetrica, G;
3. La temperatura sul piano mediano della lastra, T_m.

Dati. $L = 1$ m, $x_1 = 1$ cm, $k = 0.2$ W/(m·K), $T_a = 15$°C, $v_a = 15$ m/s, $T_s = 75$°C.

Problema 2. Una sferetta cava di diametro esterno D^I e parete molto sottile è completamente piena di una soluzione acquosa di una molecola A, a concentrazione iniziale C_{A0}^I. Il volume interno della sfera si può considerare completamente miscelato, e il coefficiente di trasporto di materia vale k_C^I. La parete della sferetta è permeabile alla molecola A. Al tempo zero la sferetta è posta in un recipiente cilindrico di diametro D^{II}, pieno fino al livello H di acqua pura. Il recipiente è agitato e per effetto dell'agitazione la fluidodinamica nei pressi della sferetta è descritta dal numero di Reynolds esterno alla sfera N_{Re}^{II} Il sistema è isotermo alla temperatura T. La diffusività della molecola A nell'acqua (composto B) vale D_{AB}, le altre proprietà della soluzione coincidono con quelle dell'acqua. Calcolare:

1. La quantità di composto A che viene trasportata all'equilibrio dall'interno della sfera nel volume del recipiente, e la concentrazione di equilibrio;
2. Il coefficiente globale di scambio di materia, K_C;
3. Dopo quanto tempo la differenza di concentrazione tra l'interno della sfera e il volume esterno si riduce a metà del suo valore iniziale.

Dati. $D^I = 2$ cm, $C_{A0}^I = 5$ mol/L, $k_C^I = 0.025$ m/s, $D^{II} = 5$ cm, $H = 10$ cm, $N_{Re}^{II} = 4500$, $D_{AB} = 10^{-5}$ m²/s,
$T = 20$°C.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Problema 1. Una lastra quadrata di lato L e semi-spessore x_1, con conducibilità termica k, è sede di una generazione di calore volumetrica, G. La lastra è investita tangenzialmente da aria alla temperatura T_a e a velocità v_a. Per effetto dello scambio con l'aria e della generazione termica la temperatura superficiale della lastra allo stato stazionario è T_s. Calcolare:

1. Il coefficiente di scambio medio tra l'aria e la lastra, h_m;
2. Il termine di generazione volumetrica, G;
3. La temperatura sul piano mediano della lastra, T_m.

Dati $L = 1$ m, $x_1 = 1$ cm, $k = 0.2$ W/(m·K), $T_a = 15$°C, $v_a = 15$ m/s, $T_s = 75$°C.

$L := 1\cdot m \qquad x_1 := 1\cdot cm \qquad k := 0.2\cdot\frac{W}{m\cdot K} \qquad T_a := 15°C \qquad v_a := 15\cdot\frac{m}{s} \qquad T_s := 75°C$

$T_f := \frac{T_a + T_s}{2} = 45\cdot°C \qquad T_s = 348.15K \qquad N_{Pr.A}(T_f) = 0.71$

$\nu_A(T_f) = 1.732\times 10^{-5}\frac{m^2}{s} \qquad \rho_A(T_f) = 1.116\frac{kg}{m^3} \qquad \mu_A(T_f) = 1.933\times 10^{-5}\frac{kg}{m\cdot s} \qquad k_A(T_f) = 0.027\frac{W}{m\cdot K}$

$N_{Re} := \frac{v_a\cdot L}{\nu_A(T_f)} = 8.661\times 10^5$

$j(N_{Re}) := \left[0.664 N_{Re}^{-0.5} + \text{if}\left[5\cdot 10^5 < N_{Re} < 1\cdot 10^8, \left[1 - \left(\frac{5\cdot 10^5}{N_{Re}}\right)^{0.8}\right]\cdot 0.036\left(\frac{1}{N_{Re}^{0.2}}\right), 0\right]\right] \qquad j(N_{Re}) = 1.545\times 10^{-3}$

$N_{Nu} := j(N_{Re})\cdot N_{Re}\cdot N_{Pr.A}(T_f)^{0.333} = 1.194\times 10^3 \qquad h := N_{Nu}\cdot\frac{k_A(T_f)}{L} = 32.679\frac{watt}{m^2\cdot K}$

$q := h\cdot(T_s - T_a) = 1.961\times 10^3\cdot\frac{W}{m^2} \qquad G := \frac{2\cdot L^2\cdot q}{2\cdot L^2\cdot x_1} = 1.961\times 10^5\cdot\frac{W}{m^3}$ dal bilancio macroscopico di energia sulla lastra

Bilancio microscopico di energia $\quad \frac{d}{dx}q_x + G = 0 \quad$ ovvero $\quad q_x = G\cdot x + C_1$

BC1 @ x=0, q.x = 0 $\quad$ da cui $\quad C_1 = 0$

Usando Fourier $\quad q_x = -k\cdot\frac{d}{dx}T = G\cdot x \quad$ ovvero $\quad T = -\frac{G}{2\cdot k}\cdot x^2 + C_2$

BC2 @x=x.1, T=T.s $\quad$ da cui $\quad C_2 = T_s + \frac{G\cdot x_1^2}{2\cdot k}$

$T(x) := \left[T_s + \frac{G\cdot x_1^2}{2\cdot k}\cdot\left[1 - \left(\frac{x}{x_1}\right)^2\right]\right] \qquad T(0\cdot m) = 124.019\cdot°C$

$T(0\cdot m) = 397.169\ K$

Problema 2. Una sferetta cava di diametro esterno D^I e parete molto sottile è completamente piena di una soluzione acquosa di una molecola A, a concentrazione iniziale C_{A0}^I. Il volume interno della sfera si può considerare completamente miscelato, e il coefficiente di trasporto di materia vale k_C^I. La parete della sferetta è permeabile alla molecola A. Al tempo zero la sferetta è posta in un recipiente cilindrico di diametro D^{II}, pieno fino al livello H di acqua pura. Il recipiente è agitato e per effetto dell'agitazione la fluidodinamica nei pressi della sferetta è descritta dal numero di Reynolds esterno alla sfera N_{Re}^{II} Il sistema è isotermo alla temperatura T. La diffusività della molecola A nell'acqua (composto B) vale D_{AB}, le altre proprietà della soluzione coincidono con quelle dell'acqua. Calcolare:

1. La quantità di composto A che viene trasportata all'equilibrio dall'interno della sfera nel volume del recipiente, e la concentrazione di equilibrio;
2. Il coefficiente globale di scambio di materia, K_C;
3. Dopo quanto tempo la differenza di concentrazione tra l'interno della sfera e il volume esterno si riduce a metà del suo valore iniziale.

Dati. $D^I = 2$ cm, $C_{A0}^I = 5$ mol/L, $k_C^I = 0.025$ m/s, $D^{II} = 5$ cm, $H = 10$ cm, $N_{Re}^{II} = 4500$, $D_{AB} = 10^{-6}$ m²/s, $T = 20$°C.

$D_I := 2 \cdot cm \quad C_{A0.I} := 5 \cdot \frac{mol}{liter} \quad k_{C.I} := 0.025 \cdot \frac{m}{s} \quad D_{II} := 5 \cdot cm \quad H := 10 \cdot cm \quad N_{Re.II} := 4500 \quad D_{AB} := 10^{-6} \cdot \frac{m^2}{s}$

$T := 20\,°C$

$V_I := \frac{\pi \cdot D_I^3}{6} = 4.189 \times 10^{-3}\,L \quad V_{II} := \frac{\pi \cdot D_{II}^2}{4} \cdot H = 0.196\,L \quad m_{A0} := V_I \cdot C_{A0.I} = 0.021\,mol \quad C_{A0.I} = 5 \times 10^3 \frac{mol}{m^3}$

massa iniziale di A = massa finale di A = massa finale nella sfera + massa finale nel recipiente

$V_I \cdot C_{A0.I} = V_I \cdot C_{A.ss} + V_{II} \cdot C_{A.ss} \qquad C_{A.ss} := \frac{V_I \cdot C_{A0.I}}{V_I + V_{II}} = 104.439 \frac{mol}{m^3}$

massa che ha lasciato la sfera = massa che è stata trasportata nel recipiente

$\nu_A(T) = 1.502 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}$

$V_I \cdot \left(C_{A0.I} - C_{A.ss}\right) = 0.021\,mol \qquad V_{II} \cdot C_{A.ss} = 0.021\,mol$

Nel recipiente $\quad N_{Re.II} = 4.5 \times 10^3 \qquad N_{Sc} := \frac{D_{AB}}{\nu_A(T)} = 0.067$

Per un agitatore a pale interno ad un recipiente cilindrico, trascurando il rapporto tra le due viscosità (Perry's 8th, p.18-25, eq. 18-18 e table 18-3)

$N_{Sh} := 2 + 0.6 \cdot N_{Re.II}^{\frac{1}{2}} \cdot N_{Sc}^{\frac{1}{3}} = 18.311$

$k_{C.II} := N_{Sh} \cdot \frac{D_{AB}}{D_I} = 9.156 \times 10^{-4} \frac{m}{s}$

$K_C := \left(\frac{1}{k_{C.I}} + \frac{1}{k_{C.II}}\right)^{-1} = 8.832 \times 10^{-4} \frac{m}{s}$

Bilancio di A sulla sfera

$$V_I \cdot \frac{d}{dt} C_{A.I} = -\pi \cdot D_I^{\,2} \cdot K_C \cdot \left(C_{A.I} - C_{A.II}\right) \qquad C_{A.I}(t = 0) = C_{A0.I}$$

Bilancio di A sul recipiente

$$V_{II} \cdot \frac{d}{dt} C_{A.II} = \pi \cdot D_I^{\,2} \cdot K_C \cdot \left(C_{A.I} - C_{A.II}\right) \qquad C_{A.II}(t = 0) = 0$$

$$\delta_A = C_{A.I} - C_{A.II}$$

$$\frac{d}{dt} C_{A.I} = -\left(\frac{\pi \cdot D_I^{\,2} \cdot K_C}{V_I} \cdot \delta_A(t)\right) \qquad \frac{d}{dt} C_{A.II} = \left(\frac{\pi \cdot D_I^{\,2} \cdot K_C}{V_{II}} \cdot \delta_A(t)\right)$$

$$\frac{d}{dt}\delta_A = -\frac{1}{\tau} \cdot \delta_A \qquad \delta_A(t = 0) = \delta_{A0} = C_{A0.I} \qquad \tau := \left[\pi \cdot D_I^{\,2} \cdot K_C \cdot \left(\frac{1}{V_I} + \frac{1}{V_{II}}\right)\right]^{-1} = 3.695\ \mathrm{s}$$

$$\ln\left(\frac{\delta_A}{\delta_{A0}}\right) = -\frac{t}{\tau} \qquad t^{\circ} := -\tau \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) = 2.561\ \mathrm{s}$$