Cognome	Nome	Matricola	Firma

E-mail:

Problema 1. Una sferetta di naftalina ($C_{10}H_8$, densità ρ), di diametro iniziale D_0, viene immessa in un recipiente pieno di aria pura alla temperatura T e a pressione atmosferica. In queste condizioni (diffusività della naftalina in aria D, pressione di saturazione P^{sat}) la naftalina sublima e diffonde in aria. Calcolare:

1. la concentrazione di naftalina (mol/m^3) misurata ad una distanza d dal centro della sfera in condizioni stazionarie,
2. la portata iniziale di naftalina che sublima,
3. il tempo necessario affinché la sferetta si consumi del tutto.

Dati. $\rho = 1160$ kg/m^3; $D_0 = 3$ cm; $T = 25$°C; $D = 0.05$ cm^2/s; $P^{sat} = 0.14$ bar; $d = 0.5$ m.

Problema 2. Un serbatoio cilindrico del diametro D è alimentato da una tubazione che preleva acqua a temperatura T dalla rete idrica, in cui l'acqua si può considerare praticamente ferma e alla pressione P. La tubazione ha un diametro interno d, è di acciaio con rugosità relativa k/d, è lunga in totale L, presenta due gomiti a 90° ed una saracinesca aperta, sbocca nel serbatoio all'atmosfera dopo aver superato un dislivello pari a H. Calcolare:

1. La portata di acqua che è alimentata al serbatoio.

Sul fondo del serbatoio, inizialmente vuoto, c'è un foro di uscita del diametro $d/2$, aperto all'atmosfera, dal quale l'acqua alimentata può uscire.

2. Calcolare il livello di acqua che si stabilisce, a regime, nel serbatoio.
3. Proporre inoltre un'equazione che descriva il transitorio di riempimento del serbatoio fino al livello di regime.

Dati. $D = 2.5$ m; $T = 10$°C; $P = 6$ bar; $d = 5$ cm; $k/d = 0.001$; $L = 60$ m; $H = 25$ m.

Problema 1. Una sferetta di naftalina ($C_{10}H_8$, densità ρ), di diametro iniziale D_0, viene immessa in un recipiente pieno di aria pura alla temperatura T e a pressione atmosferica. In queste condizioni (diffusività della naftalina in aria D, pressione di saturazione P^{sat}) la naftalina sublima e diffonde in aria. Calcolare:

1. la concentrazione di naftalina (mol/m³) misurata ad una distanza d dal centro della sfera in condizioni stazionarie,
2. la portata iniziale di naftalina che sublima,
3. il tempo necessario affinché la sferetta si consumi del tutto.

Dati. $\rho = 1160$ kg/m³; $D_0 = 3$ cm; $T = 25$°C; $D = 0.05$ cm²/s; $P^{sat} = 0.14$ bar; $d = 0.5$ m.

$T := 25\,°C \qquad P := 1\cdot atm \qquad P_s := 0.14\,bar \qquad d := 0.5\cdot m$

$\rho := 1160\frac{kg}{m^3} \qquad D_0 := 3\cdot cm \qquad r_0 := \frac{D_0}{2} \qquad D := 0.05\frac{cm^2}{s} \qquad x_{A0} := \frac{P_s}{P}$

$c := \frac{P}{R\cdot T} \qquad c = 40.876\frac{mol}{m^3} \qquad M := 128\cdot\frac{gm}{mol}$

con l'ipotesi di sistema diluito

$N_{A0} := \frac{c\cdot D\cdot x_{A0}}{r_0} \qquad N_{A0} = 1.883\times 10^{-3}\cdot\frac{mol}{m^2\cdot s} \qquad x_A(r) := \frac{r_0^{\,2}\cdot N_{A0}}{c\cdot D}\cdot\frac{1}{r}$

$x_A(d) = 4.145\times 10^{-3}$

senza l'ipotesi di sistema diluito

$N_{A0p} := \frac{c\cdot D\cdot -\ln(1-x_{A0})}{r_0} \qquad N_{A0p} = 2.026\times 10^{-3}\frac{mol}{m^2\cdot s} \qquad x_{A.p}(r) := 1-\exp\left(-\frac{r_0^{\,2}\cdot N_{A0}}{c\cdot D}\cdot\frac{1}{r}\right)$

$x_{A.p}(d) = 4.136\times 10^{-3}$

$W_{A0} := N_{A0}\cdot 4\cdot\pi\cdot r_0^{\,2} \qquad W_{A0} = 5.323\times 10^{-6}\cdot\frac{mol}{s}$

$$\frac{d}{dt}m = \rho\cdot\frac{d}{dt}\left(\frac{4\cdot\pi}{3}\cdot r^3\right) = \rho\cdot 4\cdot\pi\cdot r^2\cdot\left(\frac{d}{dt}r\right) = -W_A\cdot m = -4\cdot\pi\cdot r^2\cdot N_{Ar}\cdot M = -4\cdot\pi\cdot r_0^{\,2}\cdot N_{A0}\cdot M = -W_{A0}\cdot M \qquad r(t=0) = r_0$$

$$\rho\cdot\frac{4\cdot\pi}{3}\cdot\left(r^3 - r_0^{\,3}\right) = -W_{A0}\cdot M\cdot t \qquad t° := \rho\cdot\frac{4\cdot\pi}{3}\cdot\frac{r_0^{\,3}}{W_{A0}}\cdot\frac{1}{M} \qquad t° = 2.407\times 10^4\,s \qquad t° = 6.686\,hr$$

Questi valori sono necessari per la soluzione del problema 2 alla pagina seguente

$D := 2.5\cdot m \qquad T := 10\,°C \qquad d_2 := 5\cdot cm \qquad k := 0.001\cdot d_2 \qquad \Sigma e_v := 2\cdot 1.5 + .2 \qquad h_1 := 0\cdot m \qquad h_2 := 25\cdot m \qquad L_{tot} := 60\cdot m$

$P_1 := 6\cdot bar \qquad v_1 := 0\cdot\frac{m}{s} \qquad P_2 := 1\cdot bar \qquad d_3 := \frac{d_2}{2} \qquad \rho_w(T) = 999.528\frac{kg}{m^3} \qquad \mu_w(T) = 1.348\times 10^{-3}\frac{kg}{m\cdot s}$

Problema 2. Un serbatoio cilindrico del diametro D è alimentato da una tubazione che preleva acqua a temperatura T dalla rete idrica, in cui l'acqua si può considerare praticamente ferma e alla pressione P. La tubazione ha un diametro interno d, è di acciaio con rugosità relativa k/d, è lunga in totale L, presenta due gomiti a 90° ed una saracinesca aperta, sbocca nel serbatoio all'atmosfera dopo aver superato un dislivello di H. Calcolare:

1. La portata di acqua che è alimentata al serbatoio.

Sul fondo del serbatoio, inizialmente vuoto, c'è un foro di uscita del diametro $d/2$, aperto all'atmosfera, dal quale l'acqua alimentata può uscire.

2. Calcolare il livello di acqua che si stabilisce, a regime, nel serbatoio.
3. Proporre inoltre un'equazione che descriva il transitorio di riempimento del serbatoio fino al livello di regime.

Dati. $D = 2.5$ m; $T = 10$°C; $P = 6$ bar; $d = 5$ cm; $k/d = 0.002$; $L = 60$ m; $H = 25$ m.

$$v_2 := 1\cdot\frac{m}{s}$$

Given
$$\left(\frac{v_1^2}{2} + g\cdot h_1 + \frac{P_1}{\rho_w(T)}\right) - \left[\frac{v_2^2}{2} + g\cdot h_2 + \frac{P_2}{\rho_w(T)} + \frac{v_2^2}{2}\cdot\left(\Sigma e_v + \frac{4\cdot f\left(\frac{v_2\cdot d_2\cdot\rho_w(T)}{\mu_w(T)}, \frac{k}{d_2}\right)\cdot L_{tot}}{d_2}\right)\right] = 0$$

$$v_2 := \mathrm{Minerr}(v_2) \qquad v_2 = 4.147\,\frac{m}{s} \qquad V_p := \frac{\pi\cdot d_2^2}{4}\cdot v_2 \qquad V_p = 8.144\times10^{-3}\,\frac{m^3}{s} \qquad m_{p.IN} := \rho_w(T)\cdot V_p$$

$$N_{Re} := \frac{v_2\cdot d_2\cdot\rho_w(T)}{\mu_w(T)} = 1.537\times10^5 \qquad f\left(\frac{v_2\cdot d_2\cdot\rho_w(T)}{\mu_w(T)}, \frac{k}{d_2}\right) = 0.0053 \qquad m_{p.IN} = 8.14\,\frac{kg}{s}$$

Bilancio di energia meccanica tra il pelo libero e l'uscita

$$g\cdot h = \frac{v_3^2}{2}\cdot(1+0.45)$$

$$v_{3.SS} := \frac{4}{\pi\cdot d_3^2}\cdot V_p \qquad v_{3.SS} = 16.59\,\frac{m}{s} \qquad h_{SS} := \frac{v_{3.SS}^2}{2}\cdot\frac{1+0.45}{g} \qquad h_{SS} = 20.347\,m$$

Bilancio di materia in transitorio

$h(t=0) = 0$

$$\frac{d}{dt}m_{tot} = \rho\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot\left(\frac{d}{dt}h(t)\right) = m_{p.IN} - \rho\cdot\frac{\pi\cdot d_3^2}{4}\cdot v_3 = \rho\cdot\left(\frac{\pi\cdot d_2^2}{4}\cdot v_2\right) - \rho\cdot\frac{\pi\cdot d_3^2}{4}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot g}{1+0.45}}\cdot h(t)^{\frac{1}{2}}$$

riordinando
$$\frac{d}{dt}h(t) = \left(\frac{d_2}{D}\right)^2\cdot v_2 - \left(\frac{d_3}{D}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{2g}{1+0.45}}\cdot h(t)^{\frac{1}{2}} \qquad A := \left(\frac{d_2}{D}\right)^2\cdot v_2 \qquad A = 1.659\times10^{-3}\,\frac{m}{s}$$

$$\frac{d}{dt}h(t) = A - B\cdot h(t)^{\frac{1}{2}} \qquad B := \left(\frac{d_3}{D}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{2g}{1+0.45}} \qquad B = 3.678\times10^{-4}\,\frac{m^{0.5}}{s} \qquad \left(\frac{A}{B}\right)^2 = 20.347\,m$$

essendo
$$\int_0^h \frac{1}{A - B\cdot\sqrt{x}}\,dx = \frac{2}{B^2}\cdot\int_0^{B\cdot\sqrt{h}} \frac{y}{A-y}\,dy = \frac{2}{B^2}\cdot\int_0^{B\cdot\sqrt{h}}\left(\frac{A}{A-y} - 1\right)dy = \frac{2}{B^2}\cdot\left(A\cdot\ln\left(\frac{A}{A-B\cdot\sqrt{h}}\right) - B\cdot\sqrt{h}\right)$$

si ha
$$\frac{2}{B^2}\cdot\left(A\cdot\ln\left(\frac{A}{A-B\cdot\sqrt{h}}\right) - B\cdot\sqrt{h}\right) = t$$

$$h := 0\cdot m, 0.01\cdot m\,..\,21\cdot m$$