Cognome	Nome	Matricola	Firma

E-mail:

Problema 1. Un fluido Newtoniano, di densità ρ e viscosità μ scorre tra due cilindri orizzontali, coassiali e concentrici, quello interno avente raggio R_1 e quello esterno avente raggio R_2, entrambi di lunghezza L. Se ΔP è la differenza di pressione che si stabilisce tra l'ingresso e l'uscita della sezione anulare, ricavare:

1. Il profilo degli sforzi all'interno della sezione anulare;
2. Il profilo di velocità all'interno della sezione anulare;
3. Determinare la portata massica che scorre all'interno della sezione anulare e verificare il regime di moto che si stabilisce.

Dati. R_1=3 cm; R_2=6 cm; L=1.5 m; ΔP= 50 Pa; ρ=1100 kg/m^3; μ=4·10^{-2} Poise.

Problema 2. Una sferetta di acciaio, avente diametro D_A, conducibilità k, densità ρ, e calore specifico $\hat{C}_p$, si trova ad una temperatura T_A. La sferetta viene rinchiusa all'interno di una sfera più grande, in posizione concentrica alla prima, che si trova alla temperatura T_B, costante nel tempo. Tra le due sfere viene aspirata l'aria e mantenuto il vuoto. Se entrambe le sfere possono essere considerate corpi grigi, di emissività ε_A (sfera interna) e ε_B (sfera esterna), calcolare:

1. Il flusso di calore iniziale tra le due sfere;
2. Il numero di Biot;
3. Il tempo t^* necessario affinché la sfera raggiunga al centro la temperatura T^*.

Dati. T_A=100°C, T_B=60°C, ε_A=0.8, ε_B=0.9, D_A=3 cm, k=50 W/m·K, $\hat{C}_p$=0.12 kcal/kg·K, ρ=7500 kg/m^3, T^*=85°C.

Problema 1. Un fluido Newtoniano, di densità ρ e viscosità μ scorre tra due cilindri orizzontali, coassiali e concentrici, quello interno avente raggio R_1 e quello esterno avente raggio R_2, entrambi di lunghezza L. Se ΔP è la differenza di pressione che si stabilisce tra l'ingresso e l'uscita della sezione anulare ricavare:

1. Il profilo degli sforzi all'interno della sezione anulare;
2. Il profilo di velocità all'interno della sezione anulare;
3. Determinare la portata massica che scorre all'interno della sezione anulare e verificare il regime di moto che si stabilisce.

Dati. R_1=3 cm; R_2=6 cm; L=1.5 m; ΔP= 50 Pa; ρ=1100 kg/m³; μ=4·10⁻² Poise.

$$\mu := 4\cdot 10^{-2}\text{poise} \qquad \rho := 1100\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\Delta P := 50\cdot\text{Pa} \qquad R_2 := 6\cdot\text{cm} \qquad R_1 := 3\cdot\text{cm} \qquad L := 1.5\cdot\text{m}$$

$$\frac{d}{dr}\left(r\cdot\tau_{rz}(r)\right) := \frac{\Delta P\cdot r}{L}$$

$$v_z(r) := \frac{-\Delta P}{4\cdot\mu\cdot L}\cdot r^2 - \frac{c_1}{\mu}\cdot\ln(r) + c_2 \qquad \text{dove} \qquad c_1 := \frac{\Delta P}{4\cdot L}\cdot R_2^{\,2}\cdot\left[\frac{1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}\right]$$

$$c_2 := \frac{\Delta P}{4\cdot\mu\cdot L}\cdot R_2^{\,2}\cdot\left[1+\frac{1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}\cdot\ln(R_2)\right]$$

$$\tau_{rz}(r) := \frac{\Delta P}{2\cdot L}\cdot R_2^{\,2}\cdot\left[\left[\frac{1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}\cdot\frac{1}{2\cdot r}\right]+\frac{r}{R_2^{\,2}}\right]$$

(eq. 2.4-13, p. 55) sulla mia edizione

$$v_z(r) := \frac{\Delta P}{4\cdot\mu\cdot L}\cdot R_2^{\,2}\cdot\left[1-\left(\frac{r}{R_2}\right)^2-\frac{1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\cdot\ln\left(\frac{R_2}{r}\right)}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}\right]$$

(eq. 2.4-14, p. 55) sulla mia edizione

$$v_m := \frac{\int_0^{2\cdot\pi}\int_{R_1}^{R_2} v_z(r)\cdot r\,dr\,d\theta}{\int_0^{2\cdot\pi}\int_{R_1}^{R_2} r\,dr\,d\theta}$$

(eq. 2.4-16, p. 55) sulla mia edizione

$$v_m = 12.905\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$S := \pi\cdot\left(R_2^{\,2}-R_1^{\,2}\right) = 8.482\times 10^{-}$$

$$4\cdot 10^{-2}\cdot\text{poise} = 4\times 10^{-3}\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$$

$$Q := \rho\cdot v_m\cdot\pi\cdot R_2^{\,2}\cdot\left(1-\frac{R_1^{\,2}}{R_2^{\,2}}\right) \qquad Q = 120.412\frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Verifico il regime di moto:

$$Re := 2\cdot R_2\cdot\left(1-\frac{R_1}{R_2}\right)\cdot v_m\cdot\frac{\rho}{\mu} = 2.129\times 10^5$$

Il moto in questo caso è turbolento, quindi le equazioni ricavate sopra non sono più valide per il calcolo della portata.

se volessi ricavare il valore corretto della portata (non richiesto dall'esercizio):

$$R_h := \frac{\pi \cdot \left(R_2^{\,2} - R_1^{\,2}\right)}{2 \cdot \pi \left(R_1 + R_2\right)} = 0.015\,\mathrm{m} \qquad D_h := 4 \cdot R_h \qquad D_h = 0.06\,\mathrm{m}$$

Dal bilancio di energia meccanica:

$$C := 4 \cdot R_h \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \sqrt{\frac{\Delta P}{2L} \rho \cdot \left(4 \cdot R_h\right)} \qquad C = 497.494$$

$$f := 0.0092$$

$$Re := \frac{C}{f^{0.5}} = 5.187 \times 10^3$$

$$v_m := \frac{Re \cdot \mu}{\rho \cdot \left(4 \cdot R_h\right)} = 0.314\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$m_p := \rho \cdot v_m \cdot \pi \cdot R_2^{\,2} \cdot \left(1 - \frac{R_1^{\,2}}{R_2^{\,2}}\right) = 2.933\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

Problema 2. Una sferetta di acciaio, avente diametro D_A, conducibilità k, densità ρ, e calore specifico cp, si trova ad una temperatura T_A. La sferetta viene rinchiusa all'interno di una sfera più grande che si trova alla temperatura T_B. Tra le due sfere viene aspirata l'aria e mantenuto il vuoto. Se entrambe le sfere possono essere considerate corpi grigi, di emissività ε_A (sfera interna) e ε_B (sfera esterna), calcolare:

1. Il flusso di calore iniziale tra le due sfere;
2. Il numero di Biot che descrive il problema;
3. Il tempo t^* necessario affinché la sfera raggiunga al centro la temperatura T^*.

$T_A := 100\,°C \quad T_B := 60\,°C \quad \varepsilon_A := 0.8 \quad \varepsilon_B := 0.9 \quad D_A := 3\cdot cm \quad k := 50\cdot\frac{W}{m\cdot K}$

$cp := 0.12\cdot\frac{kcal}{kg\cdot K} \quad \rho := 7500\cdot\frac{kg}{m^3} \quad T_f := 85\,°C$

$q_{irr.0} := \varepsilon_A\cdot\sigma\cdot\left(T_A^{\,4} - \varepsilon_B\cdot T_B^{\,4}\right) \quad V := \frac{\pi D_A^{\,3}}{6} = 1.414\times 10^{-5}\cdot m^3 \quad S := \pi\cdot D_A^{\,2} = 2.827\times 10^{-3}\,m^2$

$q_{irr.0} = 376.549\cdot\frac{W}{m^2}$ Questo flusso è uscente

$h_{irr} := \frac{q_{irr.0}}{T_A - T_B} \quad h_{irr} = 9.414\cdot\frac{W}{m^2\cdot K}$

$Bi := \frac{h_{irr}\cdot D_A}{k} \quad Bi = 5.648\times 10^{-3}$

$\left(\frac{d}{dt}T(t)\right) = \frac{h_0\cdot S}{\rho\cdot V\cdot cp}\cdot\left(T_B - T(t)\right) \quad T(0) = T_A$

$t_f := \frac{-\rho\cdot V\cdot cp}{h_{irr}\cdot S}\cdot\ln\left(\frac{T_f - T_B}{T_A - T_B}\right) \quad t_f = 15.678\cdot min$

-3 m^2