

Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2015-2016

Cognome	Nome	Matricola	Firma
E-mail:			

Problema 1. Una sferetta di diametro D , densità ρ_S , e calore specifico $\hat{C}_{p,S}$, a temperatura iniziale uniforme T_{S0} , viene immersa in un cilindro pieno d'acqua a temperatura T_{W0} , di diametro interno D_C e pieno fino al livello H (il livello di liquido è misurato quando la sfera è stata appena e completamente immersa, e il centro della sfera dista dal pelo libero del liquido esattamente $D/2$). La sferetta, lasciata libera di cadere in acqua, tocca il fondo del cilindro dopo un tempo t_c .

1. Stimare in quanto tempo si esaurisce il transitorio di caduta, e calcolare il tempo di caduta t_c (se si fanno ipotesi sul regime di moto, verificarle);
2. Considerando i parametri fisici dell'acqua costanti sui loro valori iniziali, calcolare il coefficiente di scambio termico sfera-acqua;
3. Considerando il sistema acqua + sfera adiabatico verso l'esterno, calcolare la differenza di temperatura tra sfera e liquido quando si esaurisce il transitorio di caduta. Quale dei due fenomeni transitori (caduta e scambio termico) è più veloce?

Dati. $D = 0.3$ mm, $\rho_S = 1000$ kg/m³, $\hat{C}_{p,S} = 2.4$ kJ/(kg·K), $T_{S0} = 60^\circ\text{C}$, $T_{W0} = 20^\circ\text{C}$, $D_C = 3$ cm, $H = 15$ cm.

Problema 2. Una sferetta di naftalina (C_{10}H_8 , densità ρ), di diametro iniziale D_0 , viene immessa in un recipiente pieno di aria pura alla temperatura T_0 e a pressione atmosferica. In queste condizioni (diffusività della naftalina in aria D , pressione di saturazione P^{sat}) la naftalina sublima e diffonde in aria. Calcolare:

1. la concentrazione di naftalina (mol/m³) misurata ad una distanza d dal centro della sfera in condizioni stazionarie,
2. la portata iniziale di naftalina che sublima,
3. il tempo necessario affinché la sferetta si consumi del tutto.

Dati. $\rho = 1200$ kg/m³, $D_0 = 1.5$ cm, $T_0 = 25^\circ\text{C}$, $D = 0.055$ cm²/s, $P^{sat} = 102$ mmHg, $d = 0.65$ m.



Problema 1. Una sferetta di diametro D , densità ρ_S , e calore specifico $\hat{C}_{P,S}$, a temperatura iniziale uniforme T_{S0} , viene immersa in un cilindro pieno d'acqua a temperatura T_{W0} , di diametro interno D_C e pieno fino al livello H (il livello di liquido è misurato quando la sfera è stata appena e completamente immersa, e il centro della sfera dista dal pelo libero del liquido esattamente $D/2$). La sferetta, lasciata libera di cadere in acqua, tocca il fondo del cilindro dopo un tempo t_c .

1. Stimare in quanto tempo si esaurisce il transitorio di caduta, e calcolare il tempo di caduta t_c (se si fanno ipotesi sul regime di moto, verificarle);
2. Considerando i parametri fisici dell'acqua costanti sui loro valori iniziali, calcolare il coefficiente di scambio termico sfera-acqua;
3. Considerando il sistema acqua + sfera adiabatico verso l'esterno, calcolare la differenza di temperatura tra sfera e liquido quando si esaurisce il transitorio di caduta. Quale dei due fenomeni transitori (caduta e scambio termico) è più veloce?

Dati $D = 0.3 \text{ mm}$, $\rho_S = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\hat{C}_{P,S} = 2.4 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$, $T_{S0} = 60^\circ\text{C}$, $T_{W0} = 20^\circ\text{C}$, $D_C = 3 \text{ cm}$, $H = 15 \text{ cm}$.

$$D := 0.3 \text{ mm} \quad \rho_S := 1000 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad C_{P,S} := 2.4 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \quad T_{S0} := 60^\circ\text{C} \quad T_{W0} := 20^\circ\text{C} \quad \underline{H} := 15 \cdot \text{cm} \\ D_C := 3 \cdot \text{cm}$$

$$T_{f0} := \frac{T_{S0} + T_{W0}}{2} = 40^\circ\text{C} \quad \mu_w(T_{f0}) = 6.742 \times 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \quad \rho_w(T_{f0}) = 991.74 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad k_w(T_{f0}) = 0.627 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$$

$$C_{P,w}(T_{f0}) = 4.176 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$\tau := \frac{\rho_S \cdot D^2}{18 \cdot \mu_w(T_{f0})} = 7.416 \times 10^{-3} \text{ s} \quad v_{SS} := \frac{g \cdot (\rho_S - \rho_w(T_{f0})) \cdot D^2}{18 \cdot \mu_w(T_{f0})} = 6.007 \times 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad N_{Re} := \frac{v_{SS} \cdot D \cdot \rho_w(T_{f0})}{\mu_w(T_{f0})} = 0.265$$

il transitorio si esaurisce in 3τ

$$3\tau = 0.022 \text{ s}$$

l'ipotesi di regime laminare è accettabile

il tempo di caduta è (tutta la caduta avviene a velocità di stato stazionario)

$$t_c := \frac{H}{v_{SS}} = 249.7 \text{ s}$$

$$t_c = 4.162 \cdot \text{min}$$

$$N_{Pr} := N_{Pr,w}(T_{f0}) = 4.512$$

$$N_{Nu} := 2 + 0.6 \cdot N_{Re}^{0.5} \cdot N_{Pr}^{0.33} = 2.508$$

$$h := N_{Nu} \cdot \frac{k_w(T_{f0})}{D} = 5.242 \times 10^3 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Bilancio di energia sulla sfera

$$\rho_S \cdot \frac{\pi \cdot D^3}{6} \cdot C_{P,S} \cdot \left(\frac{d}{dt} T_S \right) = -h \cdot \pi D^2 \cdot (T_S(t) - T_W(t))$$

Bilancio di energia sull'acqua

$$\rho_w(T_{f0}) \cdot \frac{\pi D_C^2}{4} \cdot H \cdot C_{P,w}(T_{f0}) \cdot \left(\frac{d}{dt} T_W \right) = h \cdot \pi D^2 \cdot (T_S(t) - T_W(t))$$

Definendo

$$\delta(t) = T_S(t) - T_W(t)$$

$$\delta_0 := T_{S0} - T_{W0} = 40 \text{ K}$$

e

$$\tau_2 := \left[\frac{\frac{1}{(h \cdot \pi D^2)}}{\frac{1}{\left(\rho_S \cdot \frac{\pi \cdot D^3}{6} \cdot C_{P,S} \right)} + \frac{1}{\left(\rho_w(T_{f0}) \cdot \frac{\pi D_C^2}{4} \cdot H \cdot C_{P,w}(T_{f0}) \right)}} \right] = 0.023 \text{ s}$$

si ha

$$\frac{d}{dt} \delta(t) = -\frac{\delta}{\tau_2}$$

ovvero

$$\underline{\delta}(t) := \delta_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)$$

$$\delta(3 \cdot \tau) = 15.135 \text{ K}$$

Problema 2. Una sferetta di naftalina ($C_{10}H_8$, densità ρ), di diametro iniziale D_0 , viene immessa in un recipiente pieno di aria pura alla temperatura T_0 e a pressione atmosferica. In queste condizioni (diffusività della naftalina in aria D , pressione di saturazione P^{sat}) la naftalina sublima e diffonde in aria. Calcolare:

1. la concentrazione di naftalina (mol/m^3) misurata ad una distanza d dal centro della sfera in condizioni stazionarie,
2. la portata iniziale di naftalina che sublima,
3. il tempo necessario affinché la sferetta si consumi del tutto.

Dati $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$, $D_0 = 1.5 \text{ cm}$, $T_0 = 25^\circ\text{C}$, $D = 0.055 \text{ cm}^2/\text{s}$, $P^{sat} = 102 \text{ mmHg}$, $d = 0.65 \text{ m}$.

$$\begin{aligned} T &:= 25^\circ\text{C} & P &:= 1 \cdot \text{atm} & P_s &:= 102 \cdot \text{torr} & P_s &= 0.134 \cdot \text{atm} & R &:= 8.314 \cdot \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \\ \rho &:= 1200 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & D_0 &:= 1.5 \cdot \text{cm} & r_0 &:= \frac{D_0}{2} & D &:= 0.055 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} = 5.5 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} & d &:= 0.65 \cdot \text{m} \\ c &:= \frac{P}{R \cdot T} = 40.876 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} & M &:= 128 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{mol}} & x_{A0} &:= \frac{P_s}{P} = 0.134 \end{aligned}$$

con l'ipotesi di sistema diluito

$$\begin{aligned} N_{A0} &:= \frac{c \cdot D \cdot x_{A0}}{r_0} & N_{A0} &= 4.023 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} & x_A(r) &:= \frac{r_0^2 \cdot N_{A0}}{c \cdot D} \cdot \frac{1}{r} \\ x_A(d) &= 1.549 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

senza l'ipotesi di sistema diluito

$$\begin{aligned} N_{A0p} &:= \frac{c \cdot D \cdot \ln(1 - x_{A0})}{r_0} & N_{A0p} &= 4.32 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} & x_{A,p}(r) &:= 1 - \exp\left(-\frac{r_0^2 \cdot N_{A0}}{c \cdot D} \cdot \frac{1}{r}\right) \\ x_{A,p}(d) &= 1.547 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

$$W_{A0} := N_{A0} \cdot 4 \cdot \pi \cdot r_0^2 \quad W_{A0} = 2.844 \times 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

$$\frac{d}{dt}m = \rho \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot r^3\right) = \rho \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \left(\frac{d}{dt}r\right) = -W_A \cdot m = -4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot N_{A,r} \cdot M = -4 \cdot \pi \cdot r_0^2 \cdot N_{A0} \cdot M = -W_{A0} \cdot M \quad r(t=0) = r_0$$

$$\rho \cdot \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot (r^3 - r_0^3) = -W_{A0} \cdot M \cdot t \quad t^\circ := \rho \cdot \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot \frac{r_0^3}{W_{A0}} \cdot \frac{1}{M} \quad t^\circ = 5.826 \times 10^3 \text{ s} \quad t^\circ = 1.618 \cdot \text{hr}$$