Cognome	Nome	Matricola	Firma

E-mail:

Problema 1. Un tubo cilindrico di diametro D è pieno di acqua liquida in presenza di ghiaccio, ad un titolo iniziale x_{L0} e a pressione atmosferica. Il tubo, metallico ed a parete sottile, è riscaldato mediante un getto di aria calda a temperatura T_a e a velocità v_a che investe il tubo ortogonalmente al suo asse. Dopo un tempo t_1 il ghiaccio si scioglie completamente ($x_L(t_1) = 1$).

1. Calcolare il flusso termico dovuto all'aria calda che causa lo scioglimento del ghiaccio, q_0;
2. Calcolare la temperatura dell'aria, T_a;
3. Calcolare il coefficiente di scambio termico per convezione, h.

Nota. Il titolo di una miscela liquido/solido è definito come la percentuale di massa in fase liquida (kg acqua liquida/kg totali di acqua).

Dati. $D = 4$ cm, $x_{L0} = 0.05$, $v_a = 5$ m/s, $t_1 = 10$ min, $\Delta H^{fus} = 333$ kJ/kg.

Problema 2. Un serbatoio cilindrico di diametro D, alto H_s e inizialmente vuoto è alimentato attraverso una tubazione liscia di diametro interno d, di lunghezza totale L_{TOT} e recante lungo il suo percorso due curve (con coefficiente di perdita e_v), nella quale fluisce acqua prelevata da un pozzo il cui pelo libero è posto ad una quota Δh inferiore rispetto allo sbocco dalla tubazione. L'acqua è movimentata da una pompa di potenza assorbita P e rendimento η. Il serbatoio ha sul fondo un foro di diametro d (uguale al diametro interno del tubo). Il sistema è isotermo alla temperatura T.

1. Calcolare la portata d'acqua che fluisce nella tubazione;
2. Proporre un modello che descriva l'evoluzione del pelo libero dell'acqua nel serbatoio;
3. Calcolare dopo quanto tempo il serbatoio si riempie.

Dati. $D = 2$ m, $H_s = 0.4$ m, $d = 5$ cm, $L_{TOT} = 100$ m, $e_v = 0.90$, $\Delta h = 30$ m, $P = 3$ kW, $\eta = 75\%$, $T = 20°$C.

Problema 1. Un tubo cilindrico di diametro D è pieno di acqua liquida in presenza di ghiaccio, ad un titolo iniziale x_{L0} e a pressione atmosferica. Il tubo, metallico ed a parete sottile, è riscaldato mediante un getto di aria calda a temperatura T_a e a velocità v_a che investe il tubo ortogonalmente al suo asse. Dopo un tempo t_1 il ghiaccio si scioglie completamente ($x_L(t_1) = 1$).

1. Calcolare il flusso termico dovuto all'aria calda che causa lo scioglimento del ghiaccio, q_0;
2. Calcolare la temperatura dell'aria, T_a;
3. Calcolare il coefficiente di scambio termico per convezione, h.

Nota. Il titolo di una miscela liquido/solido è definito come la percentuale di massa in fase liquida (kg acqua liquida/kg totali di acqua).

Dati. $D = 4$ cm, $x_{L0} = 0.05$, $v_a = 5$ m/s, $t_1 = 10$ min, $\Delta H^{fus} = 333$ kJ/kg.

$D := 4\cdot cm \qquad x_{L0} := 0.05 \qquad v_a := 5\cdot\frac{m}{s} \qquad t_1 := 10\cdot min \qquad \Delta H_{fus} := 333\cdot\frac{kJ}{kg} \qquad \rho := 1000\cdot\frac{kg}{m^3}$

$T_{tubo} := 0\,°C$

Bilancio di energia sul tubo

$$\rho\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot L\cdot\Delta H_{fus}\cdot\left(\frac{d}{dt}x_L(t)\right) = \pi\cdot D\cdot L\cdot q_0 = \pi\cdot D\cdot L\cdot h\cdot\left(T_a - T_{tubo}\right)$$

$$x_L(t = 0) = x_{L0}$$

Semplificando
$$\frac{d}{dt}x_L(t) = \frac{4\cdot q_0}{\rho\cdot D\cdot\Delta H_{fus}} = C_1$$

Integrando
$$x_L(t) = C_1\cdot t + x_{L0}$$

$$x_L(t_1) = 1 = C_1\cdot t_1 + x_{L0}$$

$$C_1 := \frac{1 - x_{L0}}{t_1} = 1.583\times 10^{-3}\,\frac{1}{s} \qquad q_0 := \frac{C_1\cdot\rho\cdot D\cdot\Delta H_{fus}}{4} = 5.272\times 10^3\,\frac{W}{m^2}$$

Per calcolare Nusselt attorno a un tubo

$$N_{Nu} = \left(0.4\, N_{Re}^{0.5} + 0.06\, N_{Re}^{0.67}\right)\cdot N_{Pr}^{0.4}\cdot\left(\frac{\mu(T_0)}{\mu(T_w)}\right)^{0.25}$$

Correlazione 14.4-7 p. 440 nuova edizione (oppure grafico p. 417 vecchia edizione)

Quindi
$$h(T_a) := \begin{array}{|l} T_f \leftarrow \frac{T_a + T_{tubo}}{2} \\ N_{Nu} \leftarrow \left[\left[0.4\left(\frac{v_a\cdot D}{\nu_A(T_f)}\right)^{0.5} + 0.06\left(\frac{v_a\cdot D}{\nu_A(T_f)}\right)^{0.67}\right]\cdot N_{Pr.A}(T_f)^{0.4}\cdot\left(\frac{\mu_A(T_a)}{\mu_A(T_{tubo})}\right)^{0.25}\right] \\ h \leftarrow \frac{k_A(T_f)}{D}\cdot N_{Nu} \end{array}$$

Per esempio, se $T_a := 50\,°C$ $\quad h(T_a) = 46.48\frac{W}{m^2\cdot K} \qquad T_f := \frac{T_a + T_{tubo}}{2} = 25\,°C$

$$N_{Re} := \frac{v_a\cdot D}{\nu_A(T_f)} = 1.288\times 10^4 \qquad N_{Pr.A}(T_f) = 0.713$$

$$N_{Nu} := \left[0.4\left(\frac{v_a\cdot D}{\nu_A(T_f)}\right)^{0.5} + 0.06\left(\frac{v_a\cdot D}{\nu_A(T_f)}\right)^{0.67}\right]\cdot N_{Pr.A}(T_f)^{0.4}\cdot\left(\frac{\mu_A(T_a)}{\mu_A(T_{tubo})}\right)^{0.25} = 71.641$$

$$\frac{k_A(T_f)}{D}\cdot N_{Nu} = 46.48\,\frac{W}{m^2\cdot K}$$

Quindi va risolta per tentativi l'equazione

Given $q_0 = h(T_a)\cdot(T_a - T_{tubo})$ $\quad T_a := \text{Minerr}(T_a) = 111.548\,°C$

$$h(T_a) = 47.267\,\frac{W}{m^2\cdot K}$$

Procedimento per tentativi

$T_a := 50\,°C \qquad h(T_a) = 46.48\,\frac{W}{m^2\cdot K}$

$T_a := \frac{q_0}{h(T_a)} + T_{tubo} = 113.435\,°C \qquad h(T_a) = 47.29\,\frac{W}{m^2\cdot K}$

$T_a := \frac{q_0}{h(T_a)} + T_{tubo} = 111.492\,°C \qquad h(T_a) = 47.266\,\frac{W}{m^2\cdot K}$ Il risultato è già accettabile al secondo tentativo

$T_a := \frac{q_0}{h(T_a)} + T_{tubo} = 111.55\,°C \qquad h(T_a) = 47.267\,\frac{W}{m^2\cdot K}$

Problema 2. Un serbatoio cilindrico di diametro D, alto H_s e inizialmente vuoto è alimentato attraverso una tubazione liscia di diametro interno d, di lunghezza totale L_{TOT} e recante lungo il suo percorso due curve (con coefficiente di perdita e_v), nella quale fluisce acqua prelevata da un pozzo il cui pelo libero è posto ad una quota Δh inferiore rispetto allo sbocco dalla tubazione. L'acqua è movimentata da una pompa di potenza assorbita P e rendimento η. Il serbatoio ha sul fondo un foro di diametro d (uguale al diametro interno del tubo). Il sistema è isotermo alla temperatura T.

1. Calcolare la portata d'acqua che fluisce nella tubazione;
2. Proporre un modello che descriva l'evoluzione del pelo libero dell'acqua nel serbatoio;
3. Calcolare dopo quanto tempo il serbatoio si riempie.

Dati. $D = 2$ m, $H_s = 0.4$ m, $d = 5$ cm, $L_{TOT} = 100$ m, $e_v = 0.90$, $\Delta h = 30$ m, $P = 3$ kW, $\eta = 75\%$, $T = 20°C$.

$D := 2\cdot m \quad H_s := 0.4\cdot m \quad d := 5cm \quad L_{tot} := 100\cdot m \quad e_v := 0.90 \quad \Delta h := 30\cdot m \quad P := 3\cdot kW \quad \eta := 75\% \quad T := 20\,°C$

Bilancio di energia meccanica tra il pelo libero del pozzo e lo sbocco della tubazione

$$\frac{v_1^2}{2} + g\cdot h_1 + \frac{P_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + g\cdot h_2 + \frac{P_2}{\rho} + E_v + W \qquad E_v = \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(N_{Re},\frac{\varepsilon}{D}\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right) \qquad W = \frac{-P\cdot\eta}{\left(\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot v_t\cdot\rho\right)}$$

semplificando

$$\Sigma e_v := 0.45 + 2\cdot 0.9 + 1 = 3.25$$

$$-g\cdot\Delta h = \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(\frac{v_t\cdot D}{\nu_w},0\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right) + \frac{-P\cdot\eta}{\left(\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot v_t\cdot\rho\right)}$$

che è una equazione nell'incognita v.t, che si può riscrivere

trascurando le perdite di carico si ottiene una prima stima della velocità

$-g\cdot\Delta h = \frac{-4\cdot P\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot v_t\cdot\rho}$ da cui $v_t := \frac{-4\cdot P\cdot\eta}{\pi\cdot d^2\cdot(-g\cdot\Delta h)\cdot\rho} = 3.895\,\frac{m}{s}$

Given

$$-g\cdot\Delta h = \frac{v_t^2}{2}\cdot\left(4\cdot\frac{f\left(\frac{v_t\cdot D}{\nu_w(T)},0\right)\cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right) + \frac{-P\cdot\eta}{\left(\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot v_t\cdot\rho\right)} \qquad v_t := \text{Minerr}(v_t) = 2.967\,\frac{m}{s}$$

$$N_{Re} := \frac{v_t \cdot D}{\nu_w(T)} = 5.606 \times 10^{6} \qquad f\left(\frac{v_t \cdot D}{\nu_w(T)}, 0\right) = 2.209 \times 10^{-3} \qquad V_p := \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v_t = 5.825 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

la soluzione per tentativi è (lentamente) convergente, partendo dalla stima ottenuta trascurando le perdite di carico:

$$v_t := \frac{-4 \cdot P \cdot \eta}{\pi \cdot d^2 \cdot (-g \cdot \Delta h) \cdot \rho} = 3.895 \frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4 \cdot P \cdot \eta}{\pi \cdot d^2 \cdot \left[-g \cdot \Delta h - \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 \cdot \frac{f\left(\frac{v_t \cdot D}{\nu_w(T)}, 0\right) \cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right] \cdot \rho} = 2.559 \frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4 \cdot P \cdot \eta}{\pi \cdot d^2 \cdot \left[-g \cdot \Delta h - \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 \cdot \frac{f\left(\frac{v_t \cdot D}{\nu_w(T)}, 0\right) \cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right] \cdot \rho} = 3.148 \frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4 \cdot P \cdot \eta}{\pi \cdot d^2 \cdot \left[-g \cdot \Delta h - \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 \cdot \frac{f\left(\frac{v_t \cdot D}{\nu_w(T)}, 0\right) \cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right] \cdot \rho} = 2.886 \frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4 \cdot P \cdot \eta}{\pi \cdot d^2 \cdot \left[-g \cdot \Delta h - \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 \cdot \frac{f\left(\frac{v_t \cdot D}{\nu_w(T)}, 0\right) \cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right] \cdot \rho} = 3.003 \frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4 \cdot P \cdot \eta}{\pi \cdot d^2 \cdot \left[-g \cdot \Delta h - \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 \cdot \frac{f\left(\frac{v_t \cdot D}{\nu_w(T)}, 0\right) \cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right] \cdot \rho} = 2.95 \frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4 \cdot P \cdot \eta}{\pi \cdot d^2 \cdot \left[-g \cdot \Delta h - \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 \cdot \frac{f\left(\frac{v_t \cdot D}{\nu_w(T)}, 0\right) \cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right] \cdot \rho} = 2.974 \frac{m}{s}$$

Al sesto tentativo si può considerare trovata la soluzione

$$v_t := \frac{-4 \cdot P \cdot \eta}{\pi \cdot d^2 \cdot \left[-g \cdot \Delta h - \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 \cdot \frac{f\left(\frac{v_t \cdot D}{\nu_w(T)}, 0\right) \cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right] \cdot \rho} = 2.963 \frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4 \cdot P \cdot \eta}{\pi \cdot d^2 \cdot \left[-g \cdot \Delta h - \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 \cdot \frac{f\left(\frac{v_t \cdot D}{\nu_w(T)}, 0\right) \cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right] \cdot \rho} = 2.968 \frac{m}{s}$$

$$v_t := \frac{-4 \cdot P \cdot \eta}{\pi \cdot d^2 \cdot \left[-g \cdot \Delta h - \frac{v_t^2}{2} \cdot \left(4 \cdot \frac{f\left(\frac{v_t \cdot D}{\nu_w(T)}, 0\right) \cdot L_{tot}}{d} + \Sigma e_v\right)\right] \cdot \rho} = 2.966 \frac{m}{s}$$

Bilancio di materia sul serbatoio

$$\rho\cdot\frac{\pi D^2}{4}\cdot\left(\frac{d}{dt}H(t)\right) = \rho\cdot V_p - \rho\cdot\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot v_{efflusso}$$

con

$$H(t = 0) = 0$$

$$v_{efflusso} = \sqrt{2\cdot g\cdot H(t)}$$

ovvero

$$\frac{d}{dt}H(t) = \frac{4\cdot V_p}{\pi D^2} - \left(\frac{d}{D}\right)^2\cdot\sqrt{2\cdot g}\cdot H(t)^{\frac{1}{2}} = A - B\cdot H^{\frac{1}{2}}$$

$$A := \frac{4\cdot V_p}{\pi D^2} = 1.854\times 10^{-3}\,\frac{m}{s} \qquad B := \left(\frac{d}{D}\right)^2\cdot\sqrt{2\cdot g} = 2.768\times 10^{-3}\,\frac{m^{0.5}}{s}$$

separando le variabili e integrando

$$\int_0^{H(t)} \frac{1}{\left(A - B\cdot H^{\frac{1}{2}}\right)}\,dH = \int_0^t 1\,dt = t$$

essendo

$$\int \frac{1}{\left(A - B\cdot H^{\frac{1}{2}}\right)}\,dH = -\frac{2\cdot\left(A\cdot\ln\left(A - B\cdot\sqrt{H}\right) + B\cdot\sqrt{H}\right)}{B^2}$$

si ha

$$t = -2\cdot\left(\frac{A}{B^2}\cdot\ln\left(\frac{A - B\cdot\sqrt{H(t)}}{A}\right) + \frac{1}{B}\cdot\sqrt{H(t)}\right)$$

il tempo di riempimento è pari a

$$t_R := -2\cdot\left(\frac{A}{B^2}\cdot\ln\left(\frac{A - B\cdot\sqrt{H_s}}{A}\right) + \frac{1}{B}\cdot\sqrt{H_s}\right) = 939.548\,s$$

$$t_R = 15.659\,min$$