Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2014-2015

Cognome	Nome	Matricola	Firma

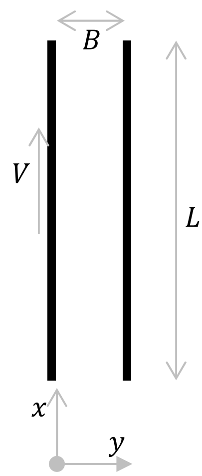
E-mail:

Problema 1. Una sfera di materiale reagente, di raggio R_1, è sede di una generazione di calore volumetrica G. La sfera è coibentata con uno strato di isolante di spessore s e di conducibilità k. La sfera coibentata è poi investita da aria con velocità v_a, alla temperatura T_a. Il flusso termico che si allontana dalla sfera coibentata è q. Calcolare:

1. La generazione volumetrica di calore, G;
2. La temperatura superficiale della sfera coibentata, T_s;
3. La temperatura all'interfaccia tra la sfera di materiale reagente e lo strato di isolante, $T(r = R_1)$.

Dati. $R_1 = 0.8$ m, $k = 0.1$ W/(m·K), $s = 10$ cm, $T_a = 10$°C, $v_a = 3$ m/s, $q = 200$ W/m².

Problema 2. Dell'acqua fluisce in una sottile fenditura, di larghezza W, lunghezza L e spessore B, disposta in verticale. Le due estremità della fenditura (entrata ed uscita) sono esposte allo stesso valore di pressione esterna. Una delle pareti della fenditura si muove verso l'alto con velocità V.



1. Determinare e disegnare i profili degli sforzi, τ_{xy}, e della velocità, v_x, per questo sistema;
2. Determinare la portata massica di acqua in funzione della velocità V;
3. Calcolare per quale valore della portata V si ha una portata nulla di acqua nella fenditura. In queste condizioni, determinare anche la posizione in cui lo sforzo è nullo (la velocità è massima).

Dati. $W = 1$ m, $B = 0.4$ cm.

Istruzioni: compilare innanzitutto con i propri dati la parte alta di questo foglio; per le risposte utilizzare solo questo foglio.

Prova scritta – 8 aprile 2016

Problema 1. Una sfera di materiale reagente, di raggio R_1, è sede di una generazione di calore volumetrica G. La sfera è coibentata con uno strato di isolante di spessore s e di conducibilità k. La sfera coibentata è poi investita da aria con velocità v_a, alla temperatura T_a. Il flusso termico che si allontana dalla sfera coibentata è q. Calcolare:

1. La generazione volumetrica di calore, G;
2. La temperatura superficiale della sfera coibentata, T_s;
3. La temperatura all'interfaccia tra la sfera di materiale reagente e lo strato di isolante, $T(r = R_1)$.

Dati. $R_1 = 0.8$ m, $k = 0.1$ W/(m·K), $s = 10$ cm, $T_a = 10°C$, $v_a = 3$ m/s, $q = 200$ W/m².

$R_1 := 0.8 \cdot m \qquad k := 0.1 \cdot \frac{W}{m \cdot K} \qquad sp := 10 \cdot cm \qquad T_a := 10°C \qquad v_a := 3 \cdot \frac{m}{s} \qquad q := 200 \cdot \frac{W}{m^2}$

Diametro della sfera coibentata $\quad D_s := (R_1 + sp) \cdot 2 = 1.8m \qquad R_2 := R_1 + sp$

Superficie della sfera coibentata $\quad S := 4 \cdot \pi \cdot (R_1 + sp)^2 = 10.179m^2$

Volume della sfera reagente $\quad V := \frac{4}{3} \cdot \pi R_1^3 = 2.145m^3 \qquad q \cdot S = 2.036 \times 10^3 W$

Bilancio di energia sulla sfera coibentata $\quad G \cdot V = q \cdot S \quad$ da cui $\quad G := \frac{q \cdot S}{V} = 949.219 \frac{W}{m^3}$

Per conoscere T.s occorre risolvere (per tentativi) il seguente sistema:

$$T_f = \frac{T_s + T_a}{2} \qquad h = \frac{k_a(T_f)}{D_s} \cdot N_{Nu} = \frac{k_a(T_f)}{D_s} \cdot \left(2.0 + 0.6 N_{Re}^{0.5} \cdot N_{Pr}^{0.33}\right) \qquad q = h \cdot (T_s - T_a)$$

ovvero $\quad T_s = \frac{q}{h} + T_a$

Valore di primo tentativo della temperatura superficiale $\quad T_s := 20°C$

$$k_A\left(\frac{T_s + T_a}{2}\right) = 0.025 \frac{W}{m \cdot K} \qquad \nu_A\left(\frac{T_s + T_a}{2}\right) = 1.453 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s} \qquad N_{Re} := \frac{v_a \cdot D_s}{\nu_A\left(\frac{T_s + T_a}{2}\right)} = 3.716 \times 10^5$$

$$N_{Pr.A}\left(\frac{T_s + T_a}{2}\right) = 0.715$$

Given

$$T_s = \frac{q}{\frac{k_A\left(\frac{T_s + T_a}{2}\right)}{D_s} \cdot \left[2.0 + 0.6\left(\frac{v_a \cdot D_s}{\nu_A\left(\frac{T_s + T_a}{2}\right)}\right)^{0.5} \cdot N_{Pr.A}\left(\frac{T_s + T_a}{2}\right)^{0.33}\right]} + T_a$$

$T_s := \text{Minerr}(T_s) = 53.613°C$

$T_s = 326.763K$

$$k_A\left(\frac{T_s + T_a}{2}\right) = 0.026 \frac{W}{m \cdot K} \qquad \nu_A\left(\frac{T_s + T_a}{2}\right) = 1.617 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s} \qquad N_{Re} := \frac{v_a \cdot D_s}{\nu_A\left(\frac{T_s + T_a}{2}\right)} = 3.34 \times 10^5$$

$$N_{Pr.A}\left(\frac{T_s + T_a}{2}\right) = 0.713$$

La conduzione nello strato di isolante è conduzione in una calotta sferica

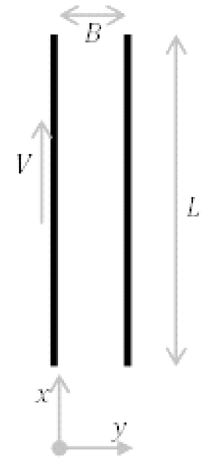
$$q = \frac{k}{R_2^2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1 + sp}\right)} \cdot (T_{interfaccia} - T_s)$$

$$T_{interfaccia} := \frac{q}{\frac{k}{R_2^2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1 + sp}\right)}} + T_s = 278.613°C$$

$T_{interfaccia} = 551.763\ K$

Trattando il problema in geometria piana $\quad \frac{q \cdot sp}{k} + T_s = 253.613 \cdot °C \qquad \frac{q \cdot sp}{k} + T_s = 526.763\ K$

Problema 2. Dell'acqua fluisce in una sottile fenditura, di larghezza W, lunghezza L e spessore B, disposta in verticale. Le due estremità della fenditura (entrata ed uscita) sono esposte allo stesso valore di pressione esterna. Una delle pareti della fenditura si muove verso l'alto con velocità V.



1. Determinare e disegnare i profili degli sforzi, τ_{xy}, e della velocità, v_x, per questo sistema;
2. Determinare la portata massica di acqua in funzione della velocità V;
3. Calcolare per quale valore della portata V si ha una portata nulla di acqua nella fenditura. In queste condizioni, determinare anche la posizione in cui lo sforzo è nullo (la velocità è massima).

Dati. $W = 1$ m, $B = 0.4$ cm.

$W := 1 \cdot m \qquad B := 0.4 \cdot cm \qquad \rho := 1000 \cdot \frac{kg}{m^3} \qquad \mu := 0.001 \cdot \frac{kg}{m \cdot s}$

Bilancio microscopico di (componente x della) quantità di moto

$\frac{d}{dy}\tau_{xy} = -\rho \cdot g \qquad \tau_{xy} = -\rho \cdot g \cdot y + C_1$ Non si possono scrivere B.C. sullo sforzo

$-\mu \cdot \frac{d}{dy} v_x = -\rho \cdot g \cdot y + C_1 \qquad v_x = \frac{-\rho \cdot g}{-\mu} \cdot \frac{y^2}{2} + \frac{C_1}{-\mu} \cdot y + C_2$

B.C.1, @ y = 0 $\quad v_x = V$

B.C.2, @ y = B $\quad v_x = 0$

Per la B.C.1 $\quad C_2 = V$

Per la B.C.2 $\quad 0 = \frac{-\rho \cdot g}{-\mu} \cdot \frac{B^2}{2} + \frac{C_1}{-\mu} \cdot B + V$ da cui $\quad C_1 = \frac{\mu \cdot V}{B} + \rho \cdot g \cdot \frac{B}{2}$

Quindi il profilo degli sforzi vale

$$\tau_{xy} = -\rho \cdot g \cdot y + C_1 = -\rho \cdot g \cdot y + \frac{\mu \cdot V}{B} + \rho \cdot g \cdot \frac{B}{2}$$

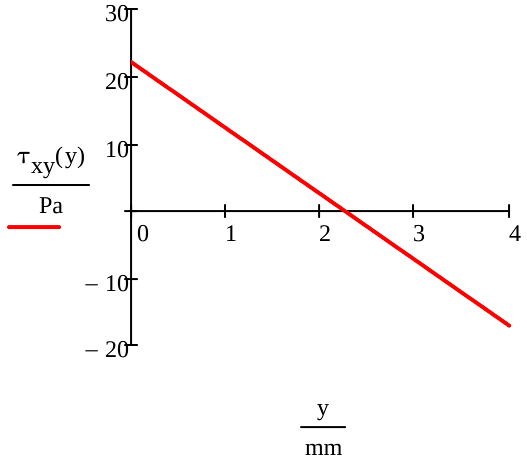
E il profilo di velocità vale

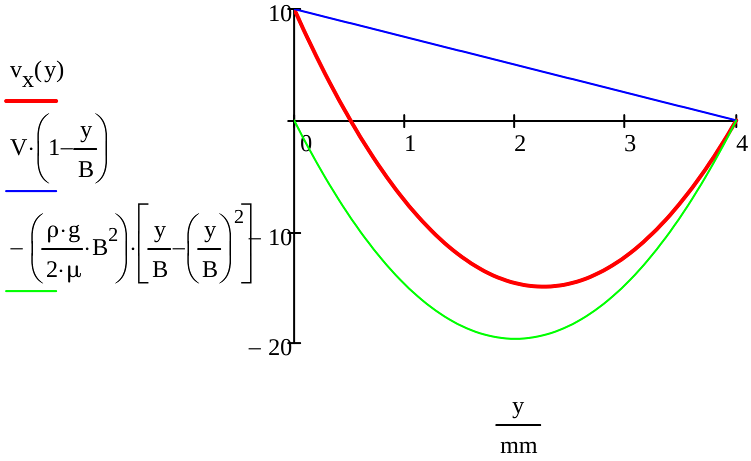
$$v_x = \frac{-\rho \cdot g}{-\mu} \cdot \frac{y^2}{2} + \frac{C_1}{-\mu} \cdot y + C_2 = \frac{-\rho \cdot g}{-\mu} \cdot \frac{y^2}{2} - \left(\frac{\mu \cdot V}{B} - \rho \cdot g \cdot \frac{B}{2}\right) \cdot \frac{y}{-\mu} + V$$

$$v_x = V \cdot \left(1 - \frac{y}{B}\right) - \frac{\rho \cdot g}{2 \cdot \mu} \cdot B^2 \cdot \left[\frac{y}{B} - \left(\frac{y}{B}\right)^2\right]$$

Per $V := 10 \cdot \frac{m}{s}$ $\quad y := 0, \frac{B}{100} .. B$

$$\tau_{xy}(y) := -\rho \cdot g \cdot y + \frac{\mu \cdot V}{B} + \rho \cdot g \cdot \frac{B}{2} \qquad v_x(y) := V \cdot \left(1 - \frac{y}{B}\right) - \frac{\rho \cdot g}{2 \cdot \mu} \cdot B^2 \cdot \left[\frac{y}{B} - \left(\frac{y}{B}\right)^2\right]$$





La portata massica vale

$$w = \rho \cdot \int_0^W \left(\int_0^B v_x(y)\, dy\right) dz = \rho \cdot W \cdot \int_0^B \left[\left(V - V \cdot \frac{y}{B}\right) - \frac{\rho \cdot g}{2 \cdot \mu} \cdot B^2 \cdot \left[\frac{y}{B} - \left(\frac{y}{B}\right)^2\right]\right] dy$$

ovvero

$$w = \rho \cdot W \cdot \left[V \cdot B - \frac{V}{B} \cdot \frac{B^2}{2} - \frac{\rho \cdot g}{2 \cdot \mu} \cdot B^2 \left(\frac{B^2}{2 \cdot B} - \frac{B^3}{3 \cdot B^2}\right)\right]$$

$$w = \rho \cdot W \cdot \left[V \cdot B - V \cdot \frac{B}{2} - \frac{\rho \cdot g}{2 \cdot \mu} \cdot B^2 \cdot \left(\frac{B}{2} - \frac{B}{3}\right)\right]$$

$$w(V) := \rho \cdot W \cdot \left(V \cdot \frac{B}{2} - \frac{\rho \cdot g}{12 \cdot \mu} \cdot B^3\right)$$

La velocità per cui si ha portata nulla richiede che sia $V° \cdot \frac{B}{2} - \frac{\rho \cdot g}{12 \cdot \mu} \cdot B^3 = 0$ $\qquad V° := \frac{\rho \cdot g}{6 \cdot \mu} \cdot B^2 = 26.151 \frac{m}{s}$

In queste condizioni, lo sforzo è nullo (la velocità è massima) per

$$0 = -\rho \cdot g \cdot y° + \frac{\mu \cdot V°}{B} + \rho \cdot g \cdot \frac{B}{2} \qquad y° := \frac{1}{\rho \cdot g} \cdot \left(\frac{\mu \cdot V°}{B} + \rho \cdot g \cdot \frac{B}{2}\right) = 2.667 \cdot mm$$

$$\tau_{xy}(y) := -\rho \cdot g \cdot y + \frac{\mu \cdot V°}{B} + \rho \cdot g \cdot \frac{B}{2} \qquad v_x(y) := V° \cdot \left(1 - \frac{y}{B}\right) - \frac{\rho \cdot g}{2 \cdot \mu} \cdot B^2 \cdot \left[\frac{y}{B} - \left(\frac{y}{B}\right)^2\right]$$