Principi di Ingegneria Chimica
Anno Accademico 2014-2015

Cognome	Nome	Matricola	Firma

E-mail:

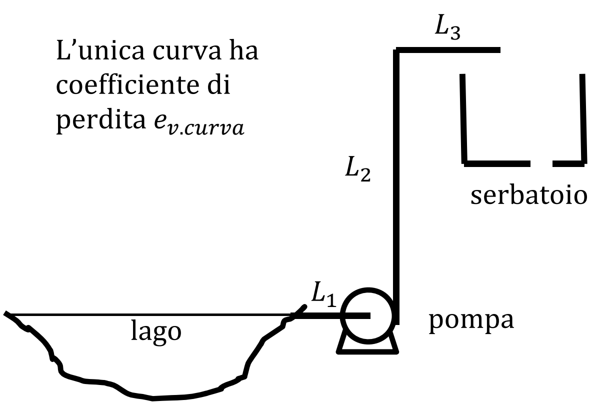
Problema 1. Un serbatoio sferico, di raggio interno R_1 e costruito in materiale plastico (conducibilità k, spessore s), è completamente pieno di acqua ben agitata a temperatura iniziale T_{10}. Il serbatoio è contenuto in un altro serbatoio sferico concentrico al primo, di raggio interno R_2, adiabatico verso l'esterno. L'intercapedine tra il serbatoio 1 e il serbatoio 2 è completamente colma di acqua ben agitata a temperatura iniziale T_{20}. Nell'intercapedine si realizza un coefficiente di scambio termico per convezione h_2.

1. Calcolare la temperatura di stato stazionario che si raggiunge nei due serbatoi;
2. Se dopo un tempo t_1 la differenza tra le temperature dell'acqua vale $\delta_1 = T_2(t_1) - T_1(t_1)$, calcolare il valore del coefficiente di scambio termico per convezione nel primo serbatoio h_1;
3. Calcolare dopo quanto tempo la differenza di temperatura tra i due serbatoi si riduce ad un centesimo del suo valore iniziale.

Considerare per i parametri fisici dell'acqua i dati alla temperatura T_{10}.

Dati. $R_1 = 1$ m, $k = 0.2$ W/(m·K), $s = 2$ cm, $T_{10} = 20$°C, $R_2 = 2$ m, $T_{20} = 80$°C, $h_2 = 10$ W/(m²·K),
$t_1 = 20$ hr, $\delta_1 = 50$°C.

Problema 2. Nel circuito disegnato in figura la pompa serve a movimentare acqua, attraverso la tubazione liscia di diametro interno d, dal lago al serbatoio sopraelevato, cilindrico di diametro D. Le altre dimensioni del circuito sono indicate in figura. Il serbatoio ha un foro sul fondo, anch'esso di diametro d, ed è inizialmente vuoto. Dopo un tempo t nel serbatoio si trova un battente d'acqua H. Calcolare:



1. la portata di acqua che dal circuito viene immessa nel serbatoio;
2. il battente d'acqua nel serbatoio dopo un tempo $2t$.
3. la pressione dell'acqua immediatamente dopo la mandata della pompa.

Dati. $d = 10$ cm, $D = 2$ m, $L_1 = 5$ m, $L_2 = 50$ m, $L_3 = 4$ m, $e_{v.curva} = 0.9$, $t = 5$ min, $H = 0.6$ m.

Problema 1. Un serbatoio sferico, di raggio interno R_1 e costruito in materiale plastico (conducibilità k, spessore s), è completamente pieno di acqua ben agitata a temperatura iniziale T_{10}. Il serbatoio è contenuto in un altro serbatoio sferico concentrico al primo, di raggio interno R_2, adiabatico verso l'esterno. L'intercapedine tra il serbatoio 1 e il serbatoio 2 è completamente colma di acqua ben agitata a temperatura iniziale T_{20}. Nell'intercapedine si realizza un coefficiente di scambio termico per convezione h_2.

1. Calcolare la temperatura di stato stazionario che si raggiunge nei due serbatoi;
2. Se dopo un tempo t_1 la differenza tra le temperature dell'acqua vale $\delta_1 = T_2(t_1) - T_1(t_1)$, calcolare il valore del coefficiente di scambio termico per convezione nel primo serbatoio h_1;
3. Calcolare dopo quanto tempo la differenza di temperatura tra i due serbatoi si riduce ad un centesimo del suo valore iniziale.

Considerare per i parametri fisici dell'acqua i dati alla temperatura T_{10}.

Dati. $R_1 = 1$ m, $k = 0.2$ W/(m·K), $s = 2$ cm, $T_{10} = 20$°C, $R_2 = 2$ m, $T_{20} = 80$°C, $h_2 = 10$ W/(m²·K), $t_1 = 20$ hr, $\delta_1 = 50$°C.

$R_1 := 1\cdot m$ $\quad k := 0.2\cdot\frac{W}{m\cdot K}$ $\quad s := 2\cdot cm$ $\quad T_{10} := 20\,°C$ $\quad R_2 := 2\cdot m$ $\quad T_{20} := 80\,°C$ $\quad h_2 := 10\cdot\frac{W}{m^2\cdot K}$

$t_1 := 20\cdot hr$ $\quad \delta_1 := 50\cdot K$

$$V_1 := \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R_1^{\,3} = 4.189\times 10^3\,L$$

$$V_2 := \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left[R_2^{\,3} - (R_1+s)^3\right] = 2.907\times 10^4\,L$$

trascurando lo spessore di plastica ...

$$\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left(R_2^{\,3} - R_1^{\,3}\right) = 2.932\times 10^4\,L$$

$$C_{P.w}(T_{10}) = 4.184\times 10^3\,\frac{J}{kg\cdot K} \qquad \rho_w(T_{10}) = 998.028\,\frac{kg}{m^3}$$

calore perduto dall'acqua nell'intercapedine = calore acquistato dall'acqua nel serbatoio interno

$$\rho_w(T_{10})\cdot C_{P.w}(T_{10})\cdot V_2\cdot(T_{20} - T_{ss}) = \rho_w(T_{10})\cdot C_{P.w}(T_{10})\cdot V_1\cdot(T_{ss} - T_{10})$$

ovvero $\quad V_2\cdot(T_{20} - T_{ss}) = V_1\cdot(T_{ss} - T_{10})$

$$T_{ss} := \frac{T_{10}\cdot V_1 + T_{20}\cdot V_2}{V_1 + V_2} = 72.442\,°C$$

se si considerasse la dipendenza dei parametri fisici dalla temperatura

Given
$$\int_{T_{ss}}^{T_{20}} \rho_w(\theta)\cdot C_{P.w}(\theta)\cdot V_2\,d\theta = \int_{T_{10}}^{T_{ss}} \rho_w(\theta)\cdot C_{P.w}(\theta)\cdot V_1\,d\theta \qquad T_{ss} := \text{Minerr}(T_{ss}) = 72.365\,°C$$

Bilancio sul serbatoio interno
$$\rho_w(T_{10})\cdot C_{P.w}(T_{10})\cdot V_1\cdot\left(\frac{d}{dt}T_1\right) = A_1\cdot U_1\cdot(T_2(t) - T_1(t))$$

Bilancio sull'intercapedine
$$\rho_w(T_{10})\cdot C_{P.w}(T_{10})\cdot V_2\cdot\left(\frac{d}{dt}T_2\right) = -A_1\cdot U_1\cdot(T_2(t) - T_1(t))$$

con $\quad A_1 := 4\cdot\pi\cdot R_1^{\,2} = 12.566\,m^2$

da cui
$$\frac{d}{dt}\delta(t) = -\frac{1}{\tau}\cdot\delta(t) \qquad \delta(t) = T_2(t) - T_1(t) \qquad \frac{1}{\tau} = \frac{A_1\cdot U_1}{\rho_w(T_{10})\cdot C_{P.w}(T_{10})}\cdot\left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right)$$

$$\delta_0 := T_{20} - T_{10} = 60\,K$$

$$\delta(t) = \delta_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \qquad \frac{t}{\tau} = -\ln\left(\frac{\delta(t)}{\delta_0}\right) \qquad \tau := \frac{t_1}{-\ln\left(\frac{\delta_1}{\delta_0}\right)} = 3.949 \times 10^5 \, s$$

$$U_1 := \left[\frac{A_1 \cdot \tau}{\rho_w(T_{10}) \cdot C_{P.w}(T_{10})} \cdot \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right)\right]^{-1} = 3.081 \, \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

Considerando la geometria sferica e tutte e tre le resistenze (convezione-conduzione-convezione)

$$\frac{1}{U_1} = R_1^{\,2} \cdot \left[\frac{1}{R_1^{\,2} \cdot h_1} + \frac{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1 + s}\right)}{k} + \frac{1}{(R_1 + s)^2 \cdot h_2}\right]$$

$$h_1 := \frac{1}{R_1^{\,2} \cdot \left[\frac{\frac{1}{R_1 + s} - \frac{1}{R_1}}{k} - \frac{1}{h_2 \cdot (R_1 + s)^2} + \frac{1}{R_1^{\,2} \cdot U_1}\right]} = 7.665 \, \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

Non considerando la geometria sferica, ma considerando tutte e tre le resistenze (convezione-conduzione-convezione)

$$\frac{1}{U_1} = \frac{1}{h_1} + \frac{s}{k} + \frac{1}{h_2} \qquad h_1 := -\frac{1}{\frac{1}{h_2} - \frac{1}{U_1} + \frac{s}{k}} = 8.025 \, \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

OK

Non considerando la geometria sferica e trascurando la conduzione (la parete è sottile ma il materiale è isolante)

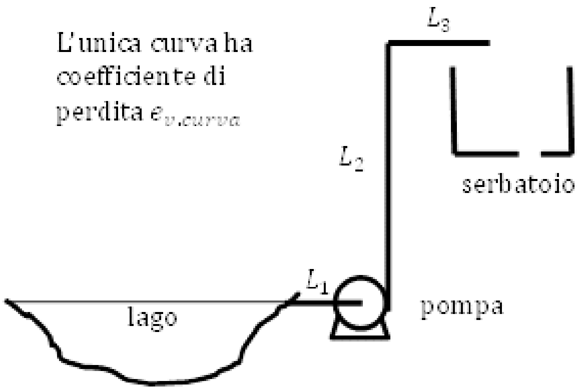
$$\frac{1}{U_1} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \qquad h_1 := \frac{1}{\frac{1}{U_1} - \frac{1}{h_2}} = 4.452 \, \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

NO OK

$$\delta_2 := \frac{1}{100} \cdot \delta_0 = 0.6 \, K \qquad t_2 := -\tau \cdot \ln\left(\frac{\delta_2}{\delta_0}\right) = 1.819 \times 10^6 \, s \qquad t_2 = 505.17 \, hr$$

$$t_2 = 3.031 \times 10^4 \, min \qquad t_2 = 21.049 \, day$$

Problema 2. Nel circuito disegnato in figura la pompa serve a movimentare acqua, attraverso la tubazione liscia di diametro interno d, dal lago al serbatoio sopraelevato, cilindrico di diametro D. Le altre dimensioni del circuito sono indicate in figura. Il serbatoio ha un foro sul fondo, anch'esso di diametro d, ed è inizialmente vuoto. Dopo un tempo t nel serbatoio si trova un battente d'acqua H. Calcolare:



1. la portata di acqua che dal circuito viene immessa nel serbatoio;
2. il battente d'acqua nel serbatoio dopo un tempo $2t$.
3. la pressione dell'acqua immediatamente dopo la mandata della pompa.

Dati. $d = 10$ cm, $D = 2$ m, $L_1 = 5$ m, $L_2 = 50$ m, $L_3 = 4$ m, $e_{v.curva} = 0.9$, $t = 5$ min, $H = 0.6$ m.

$s := sec$

$d := 10\cdot cm \quad D := 2\cdot m \quad L_1 := 5\cdot m \quad L_2 := 50\cdot m \quad L_3 := 4\cdot m \quad e_{v.curva} := 0.9 \quad t := 5\cdot min \quad H := 0.6\cdot m \quad \eta := 75\%$

$\rho := 1000\cdot\frac{kg}{m^3} \quad \mu := 0.001\cdot Pa\cdot s$

Bilancio di materia sul serbatoio in transitorio

w è la portata massica proveniente dalla tubazione
v è la velocità di efflusso dal foro sul fondo

$$\rho\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot\left(\frac{d}{dt}H(t)\right) = w - \rho\cdot\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot v \qquad \text{(A)}$$

Bilancio di energia meccanica tra il pelo libero dell'acqua nel serbatoio e il foro di efflusso (allo stato stazionario)

$$g\cdot H = \frac{v^2}{2}\cdot(1 + 0.45) \qquad v = \sqrt{\frac{2\cdot g\cdot H}{1.45}} \qquad \text{(B)}$$

Equazione di Torricelli modificata per tenere conto della perdita concentrata nel foro

Introducendo (B) in (A) e semplificando

$$\frac{d}{dt}H(t) = \frac{4\cdot w}{\rho\cdot\pi\cdot D^2} - \left(\frac{d}{D}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot g}{1.45}}\cdot H^{0.5} = A - B\cdot H^{0.5}$$

$$A = \frac{4\cdot w}{\rho\cdot\pi\cdot D^2} \qquad B := \left(\frac{d}{D}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{2\cdot g}{1.45}} = 9.195\times 10^{-3}\,\frac{m^{0.5}}{s}$$

essendo

$$\int \frac{1}{\alpha - \beta\cdot\sqrt{H}}\,dH = -\frac{2\cdot\left(\sqrt{H}\cdot\beta + \alpha\cdot\ln\left(\alpha - \sqrt{H}\cdot\beta\right)\right)}{\beta^2}$$

si ha, per l'integrale definito

$$\int_0^H \frac{1}{\alpha - \beta\cdot\sqrt{x}}\,dx = \frac{2}{\beta^2}\cdot\left[\alpha\cdot\ln(\alpha) - \left(\sqrt{H}\cdot\beta + \alpha\cdot\ln\left(\alpha - \sqrt{H}\cdot\beta\right)\right)\right]$$

e quindi $\quad A := 1\cdot\frac{m}{s} \quad$ valore di tentativo $\quad$ Given

$$\frac{2}{B^2}\cdot\left[A\cdot\ln\left[\frac{A}{\left(A - \sqrt{H}\cdot B\right)}\right] - \sqrt{H}\cdot B\right] = t \qquad A := \text{Minerr}(A) = 7.714213\times 10^{-3}\,\frac{m}{s}$$

$$w := \frac{\rho\cdot\pi\cdot D^2}{4}\cdot A = 24.235\,\frac{kg}{s}$$

Dopo un tempo 2t $\quad$ Given

$$\frac{2}{B^2}\cdot\left[A\cdot\ln\left[\frac{A}{\left(A - \sqrt{H}\cdot B\right)}\right] - \sqrt{H}\cdot B\right] = 2\cdot t \qquad H := \text{Minerr}(H) = 0.684\,m$$

Bilancio di energia meccanica nella tubazione, dalla mandata della pompa all'uscita dal tubo (dopo l'uscita)

$$\frac{v_t^2}{2} + \frac{P}{\rho} = g \cdot L_2 + \frac{P_{atm}}{\rho} + \frac{v_t^2}{2} \cdot \left[\frac{4 \cdot f_t \cdot (L_2 + L_3)}{d} + e_{v.curva} + 1 \right] \qquad \text{(C)}$$

nel tubo circola la portata w, quindi la velocità è: $v_t := \frac{4 \cdot w}{\rho \cdot \pi \cdot d^2} = 3.086 \frac{m}{s}$

$N_{Re} := \frac{v_t \cdot d \cdot \rho}{\mu} = 3.086 \times 10^5$ $\qquad f_t := f(N_{Re}, 0) = 3.568 \times 10^{-3}$ $\qquad P_{atm} := 1 \cdot atm$

Nell'eq. (C) l'unica incognita è P:

$$P := \rho \cdot \left[\frac{P_{atm}}{\rho} - \frac{v_t^2}{2} + \frac{v_t^2 \cdot \left[e_{v.curva} + \frac{4 \cdot f_t \cdot (L_2 + L_3)}{d} + 1 \right]}{2} + L_2 \cdot g \right] = 6.326 \times 10^5 \, Pa$$

$P = 6.326 \, bar$